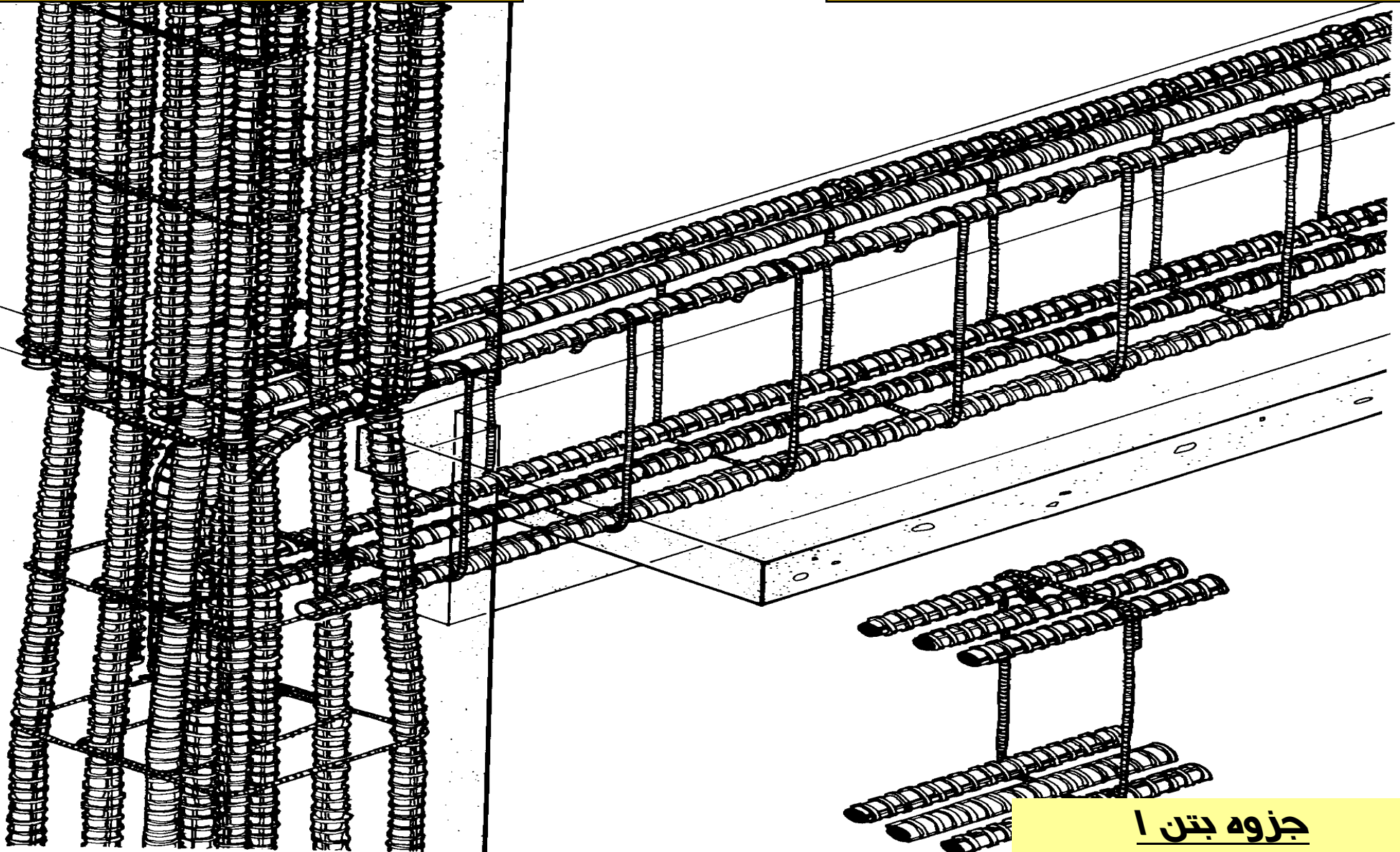


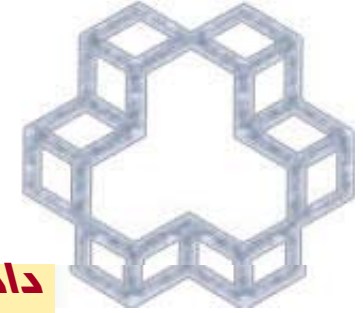
# طراحی برای خمش

## فصل سوم مفاهیم اساسی

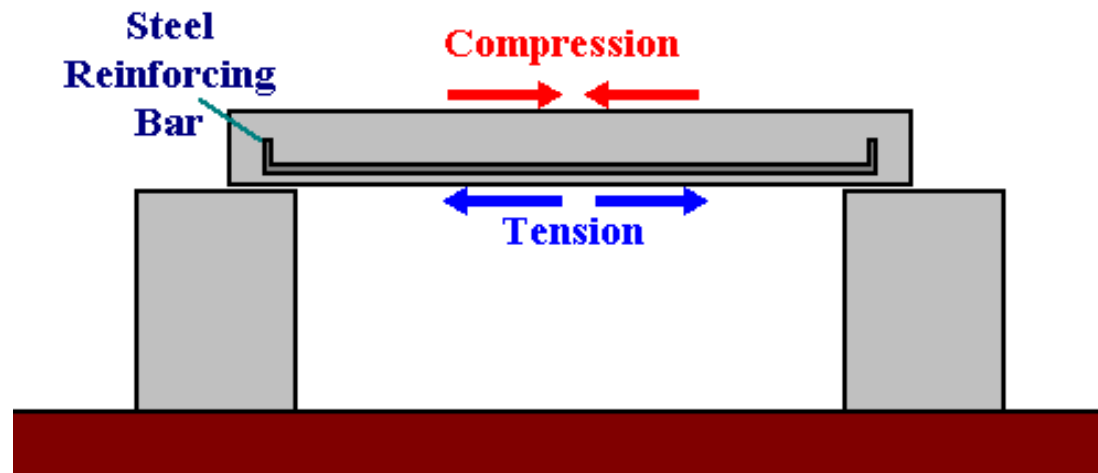


### جزوه بتن ۱

تدوین : دکتر سید بهرام بهشتی

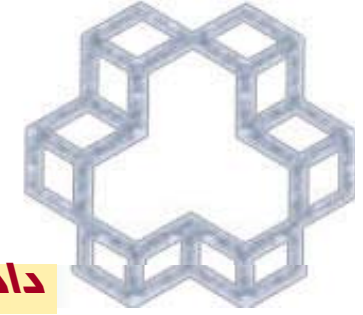


## Reinforcing a Concrete Beam

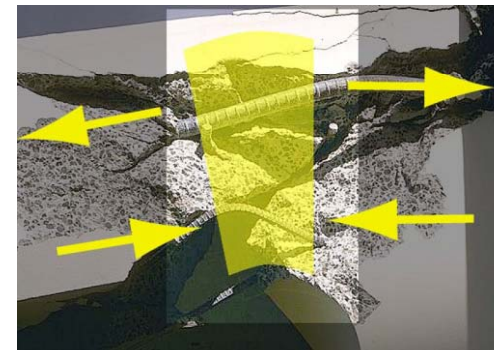
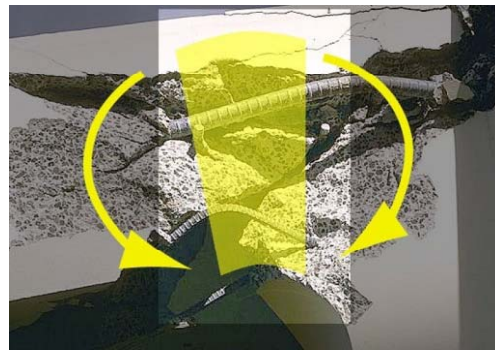
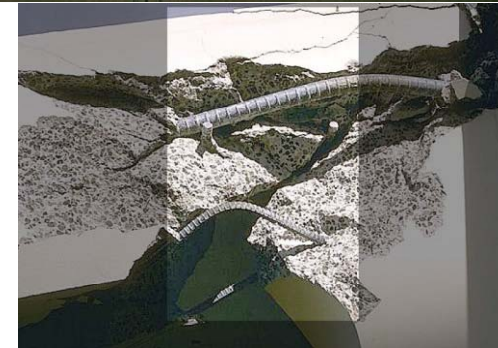
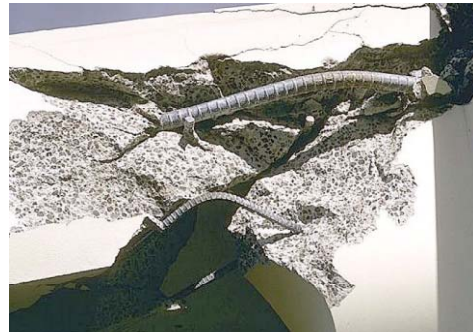


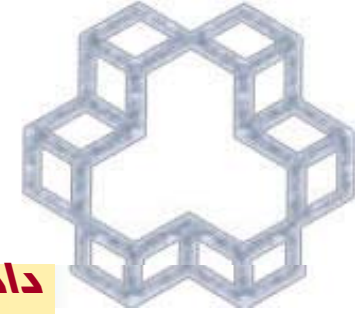
### مقاومت مقطع مستطیلی در خمش

- انتقال بار از دالها به تیر
- رفتار تیر بتن مسلح
- لنگر مقاوم تیر مسلح تحت کشش
- ماکزیمم و مینیمم میلگردهای تسلیح
- طراحی تیر تحت کشش



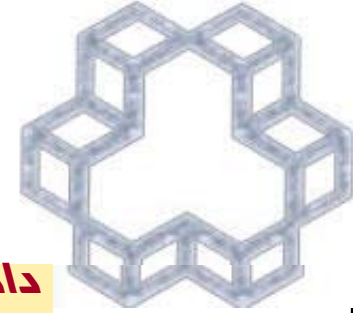
## نمونه هایی از شکست خمشی





## شکست برشی

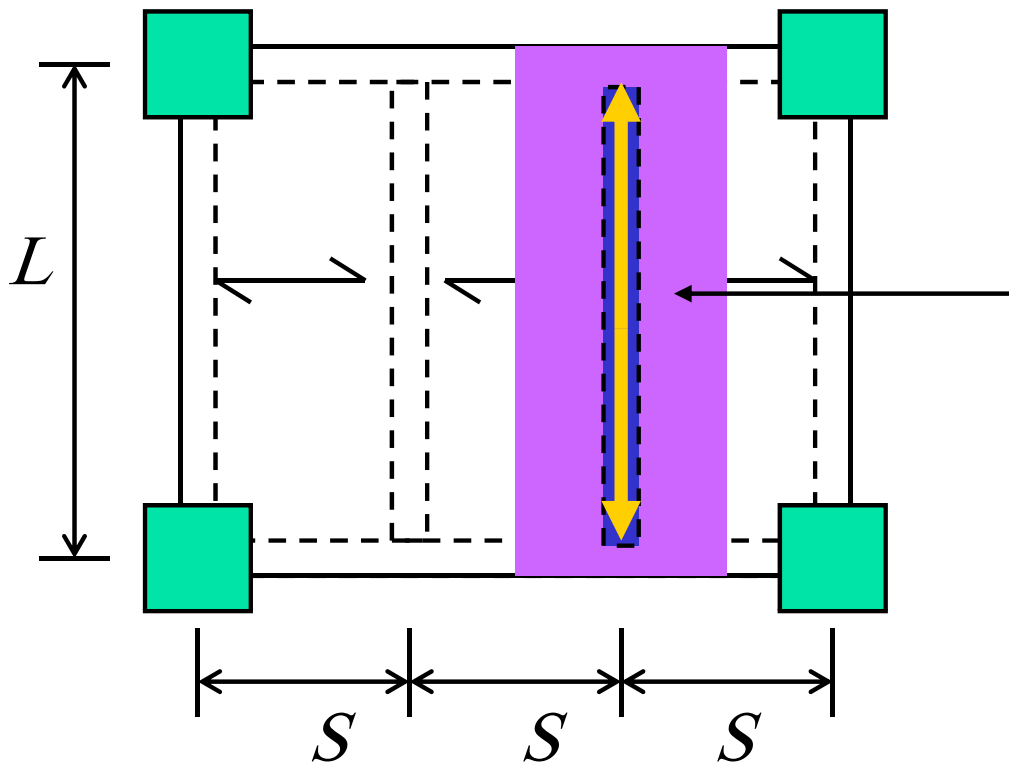




## بار انتقال یافته به تیر از دال یکطرفه

دال هایی با نسبت  $m = S/L < 0.5$

دال یک طرفه:  
دالهایی که تنها روی دو لبه مقابل تکیه دارند و بارهای وارده در امتداد ضلع کوچکتر منتقل می شوند.



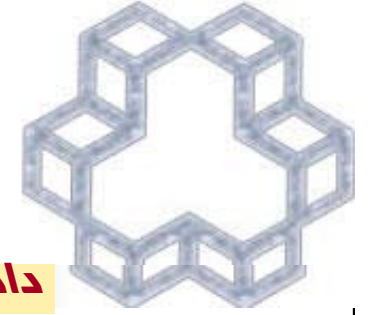
$S =$  فاصله در جهت کوتاه

$L =$  فاصله در جهت بلند

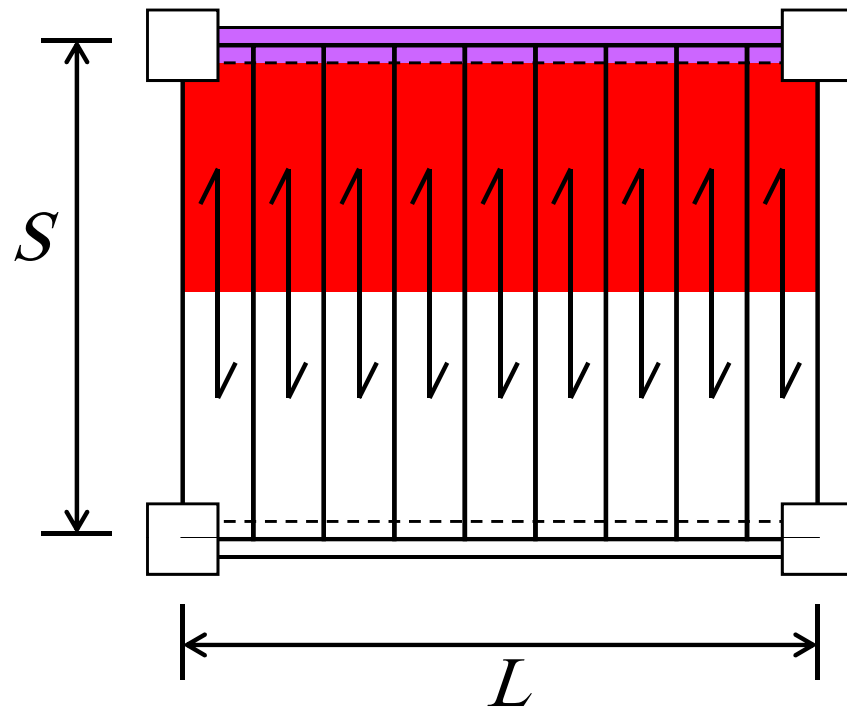
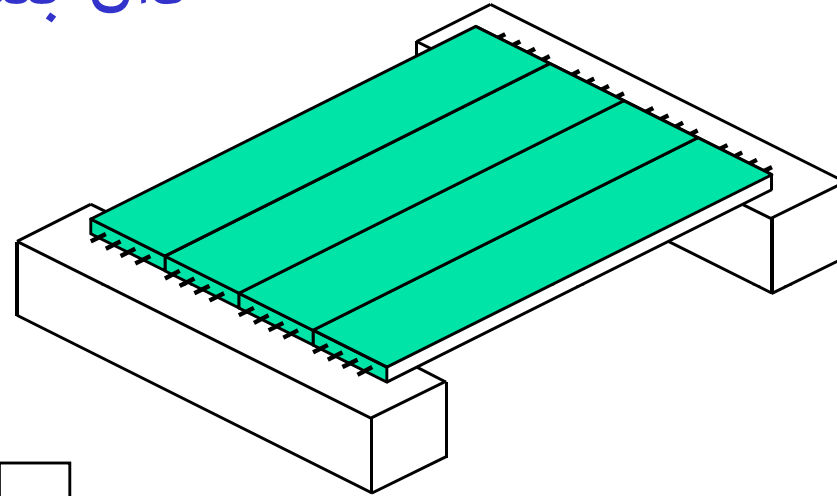
بار کف =  $w \text{ kg/m}^2$

سطح بارگیر =  $SL \text{ m}^2$

بار روی تیر =  $wS \text{ kg/m}$



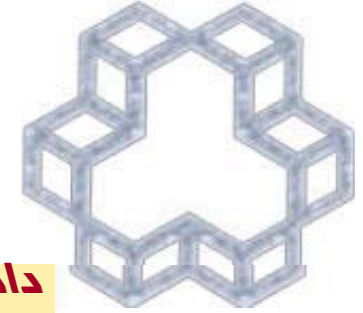
## دال بتنی پیش ساخته



$$\text{بار کف} = w \text{ kg/m}^2$$

$$\text{سطح بارگیر} = 0.5SL \text{ m}^2$$

$$\text{بار روی تیر} = 0.5wS \text{ kg/m}$$



## دال دوطرفه

دال دوطرفه:

این نوع از دالها از هر ۴ طرف روی تیرهایی تکیه دارند و بارهای وارد بر دال توسط دو گروه نوارهای عمود بر هم به تیرهای طرفین منتقل می شوند.

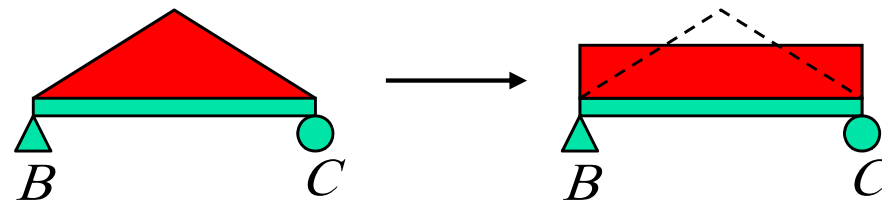
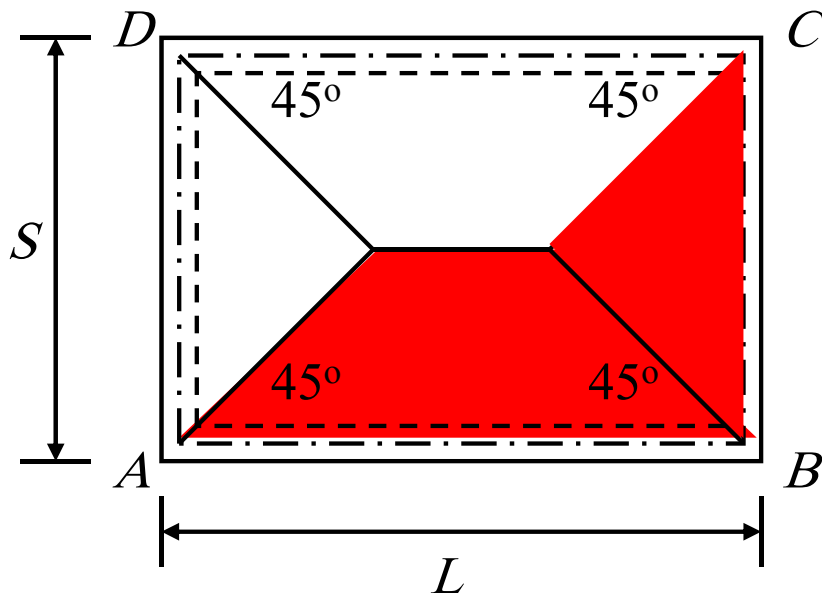
دالهایی با نسبت  $0.5 < m = S/L < 2$

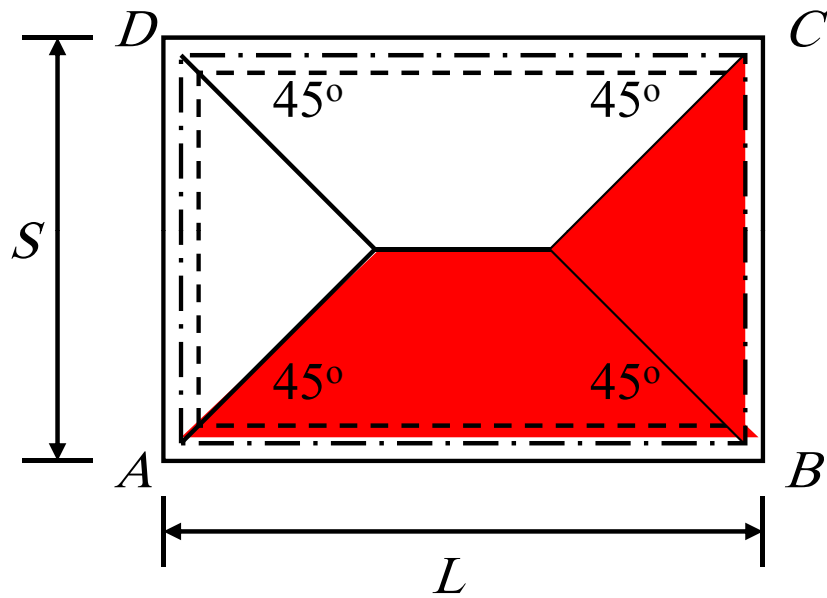
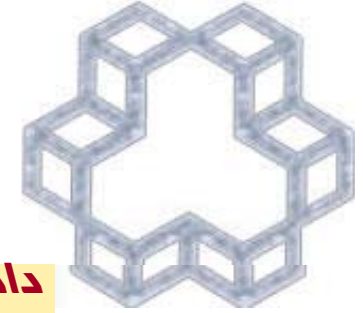
در جهت کوتاه (BC):

$$\text{بار کف} = w \text{ kg/m}^2$$

$$\text{سطح بارگیر} = S^2/4 \text{ m}^2$$

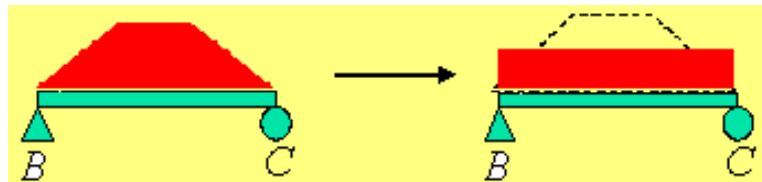
$$\text{بار روی تیر} = wS/4 \rightarrow wS/3 \text{ kg/m}$$



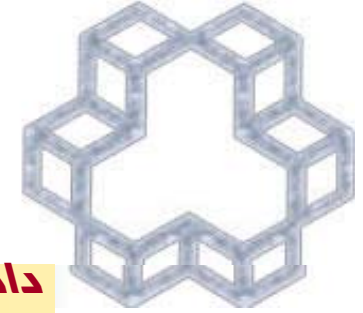


در جهت بلند (AB) :

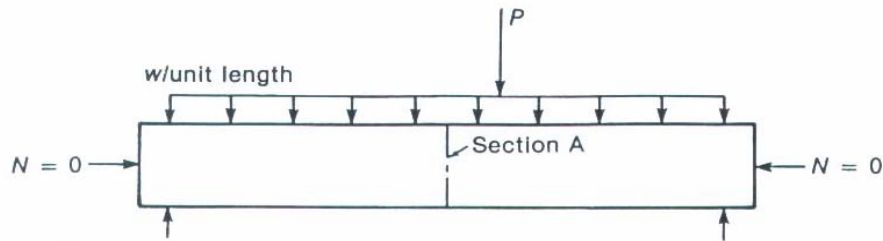
$$\begin{aligned} \text{بار کف} &= w \text{ kg/m}^2 \\ \text{سطح بارگیر} &= SL/2 - S^2/4 = \frac{S^2}{4} \left( \frac{2-m}{m} \right) \\ \text{بار روی تیر kg/m} &\longrightarrow = \frac{wS}{3} \left( \frac{3-m^2}{2} \right) \end{aligned}$$



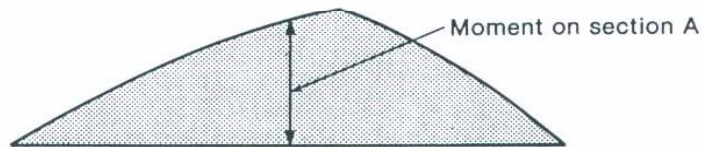




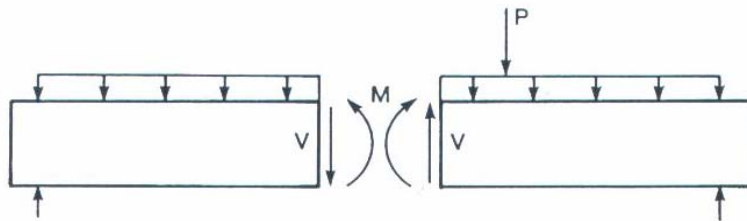
## تنش خمشی



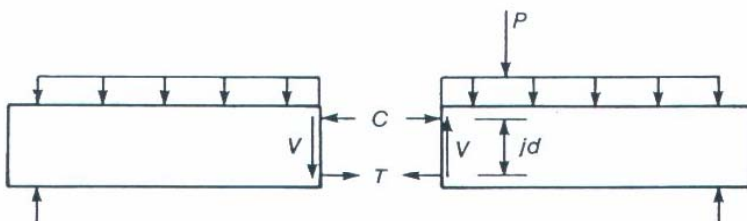
(a) Beam.



(b) Bending moment diagram.



(c) Free body diagrams showing internal moment and shear force.



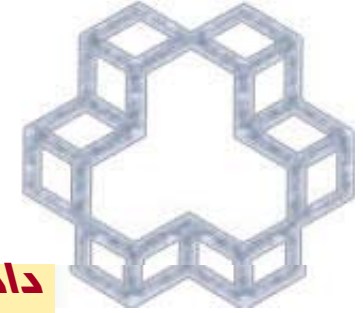
(d) Free body diagrams showing internal moment as a compression-tension force couple.

تیر عضو سازه ای است که جهت تحمل ممان های داخلی و برشها به کار می رود. اگر نیروی فشاری نیز وجود داشته باشد آن را تیر ستون می نامند.

$$C = T$$

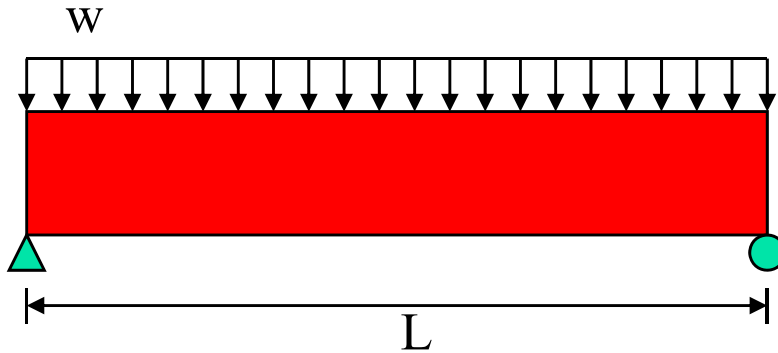
$$M = C * (jd)$$

$$= T * (jd)$$



## رفتار تیر بتنی تحت اثر بار وارده

مرحله ۱: تیر تحت وزن خودش می باشد



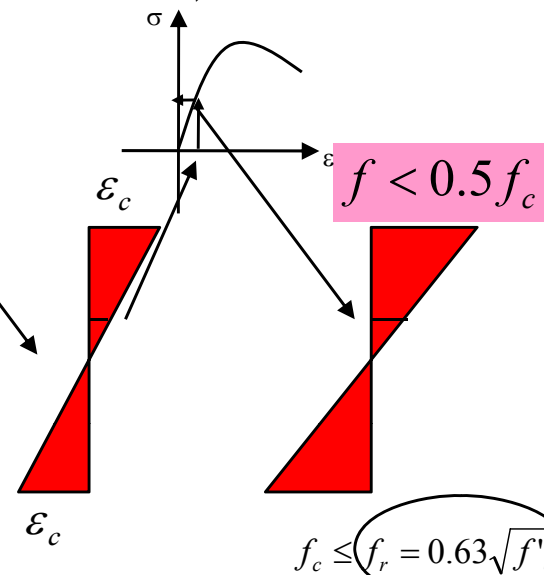
تنش در هر نقطه برابر است با:

$$\sigma = (M \cdot y) / I$$

$$S_{xx} = I / (y_{max})$$

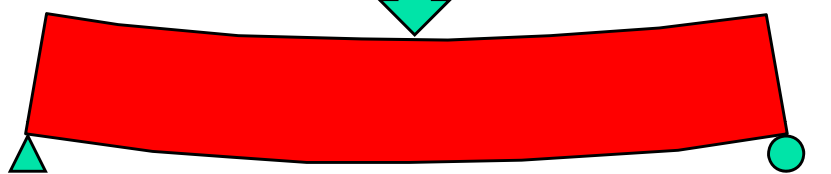
$$\sigma_{max} = M / S_{xx}$$

مرحله ۲: نیروی خارجی P سبب افزایش کرنش در مقطع شده (که باعث حداکثر تنش کششی کمتر از مقاومت گسیختگی کششی می شود)، توزیع تنش در مقطع خطی می باشد. در این حال حداکثر تنش فشاری کمتر از  $0.5f'_c$  می باشد. کل مقطع بتن موثر بوده و فولاد در مقطع کششی دارای همان کرنش بتن مجاور آن است.

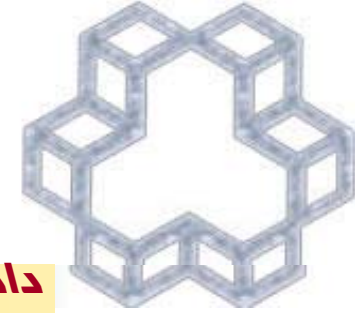
$$\epsilon_{steel} = \epsilon_{concrete}$$


**Elastic Design**  
توزیع خطی است

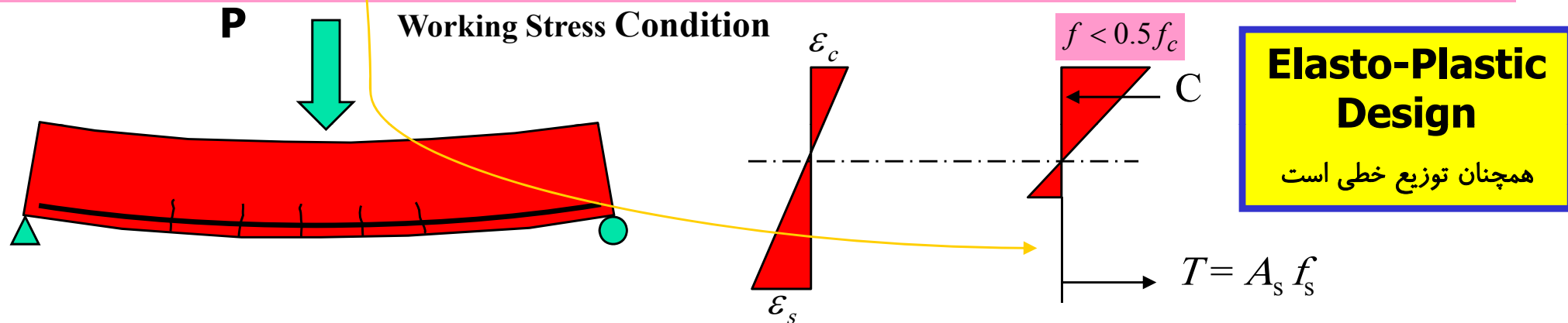
تنش گسیختگی کششی



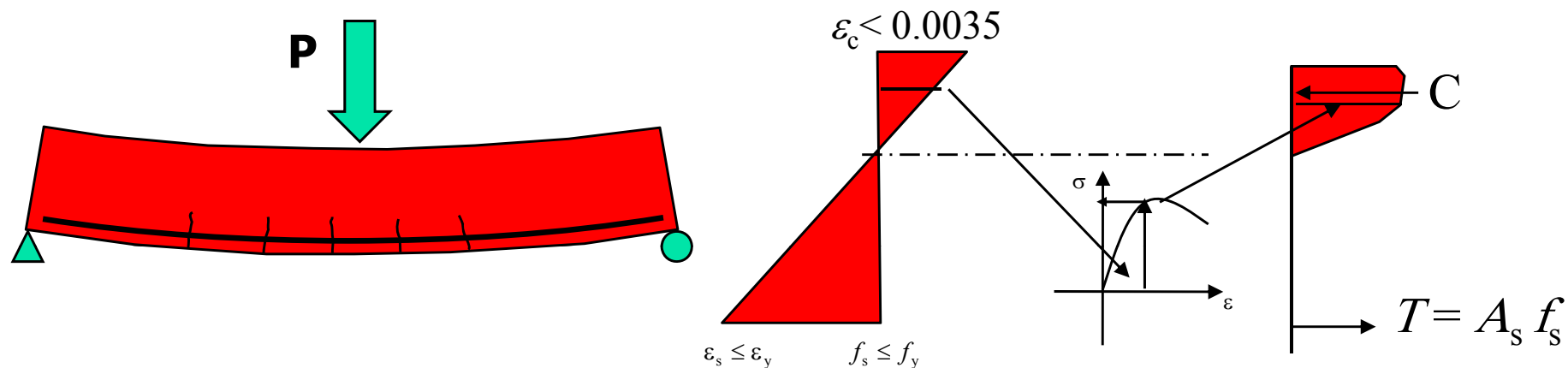
**Elastic Bending (Plain Concrete)**

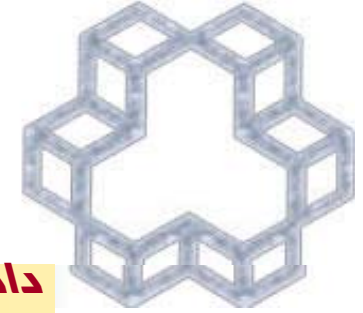


مرحله ۳: تنش کششی بتن از مقاومت گسیختگی کششی بتن  $f_t$  تجاوز نموده و ترک در مقطع گسترش می یابد. محور خنثی به سمت بالا منتقل شده و لذا ترک به همراه آن گسترش می یابد. بتن مقاومت کششی خود را از دست داده و فولاد وارد کارزار تامین مقاومت و جایگزین کل مقاومت کششی بتن می شود



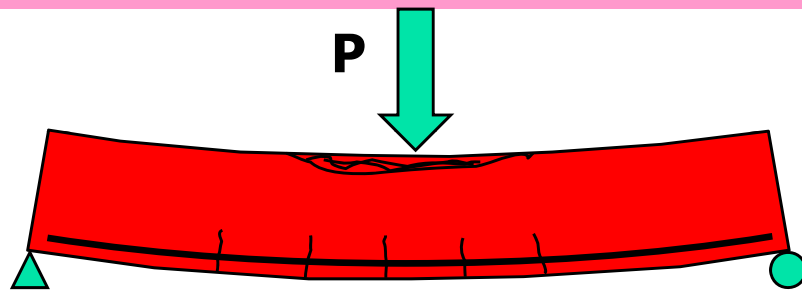
مرحله ۴: مقدار کرنش حداکثر بتن از  $0.5f'_c / E_c$  تجاوز نموده ولی کمتر از  $0.0035$  است و لذا توزیع تنش در بخش فشاری بتن غیر خطی است.



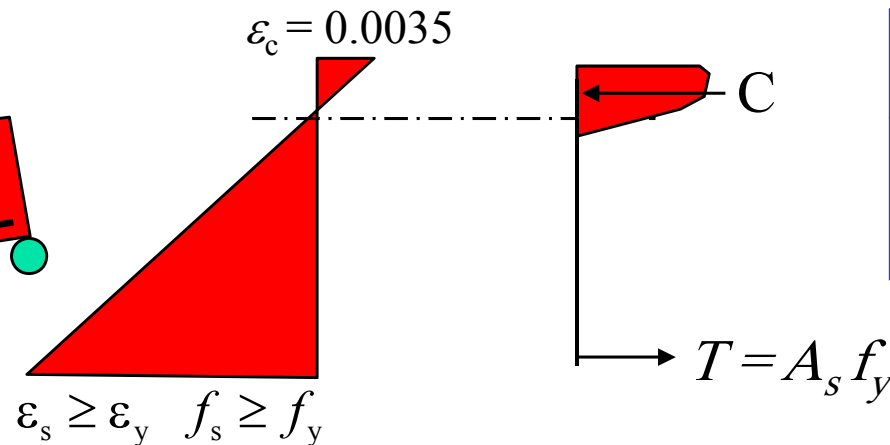


مرحله ۵: (زوال تیر) معیار شکست تیر رسیدن مقدار کرنش حداکثر به مقدار کرنش نهایی بتن است (0.0035)

مرحله ۱-۵: (شکست نرم تیر) پیش از آنکه میزان کرنش حداکثر بتن به مقدار شکست 0.0035 برسد، فولاد جاری می گردد.



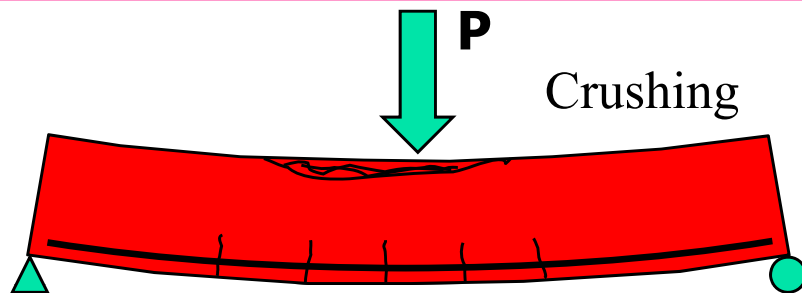
مود شکست شکل پذیر



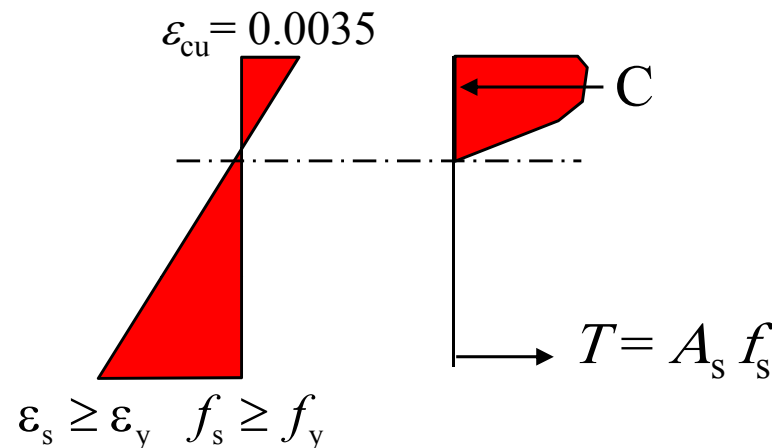
**Plastic Design**

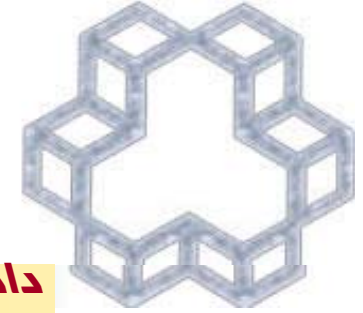
توزیع غیرخطی است

مرحله ۲-۵: (شکست ترد تیر) وقتی میزان کرنش حداکثر بتن به مقدار شکست 0.0035 برسد، فولاد جاری نشده است.

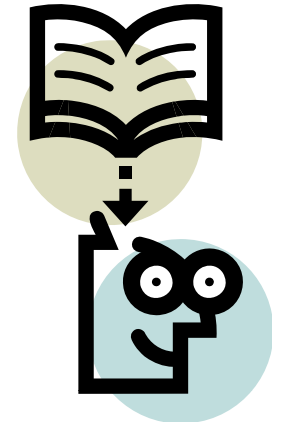


مود شکست ترد





طراحی در حالت الاستیک برای مواردی انجام می شود که ایجاد ترک در قطعه مجاز نباشد. مثل مواردی که قطعه در تماس با آب یا در معرض گازهای فرار باشد.

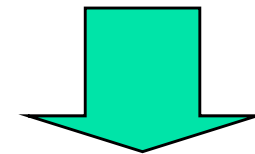
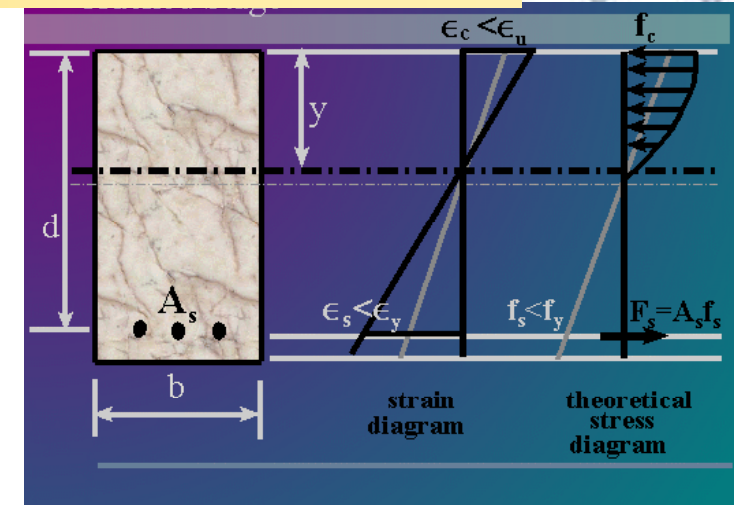
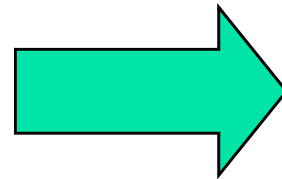
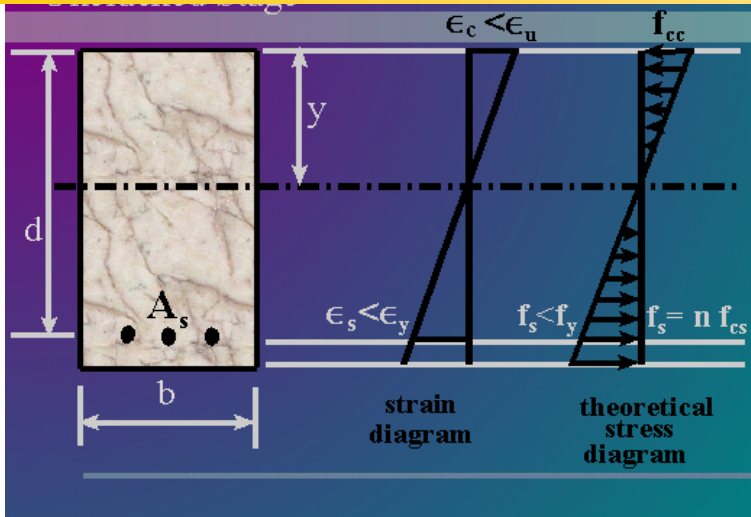
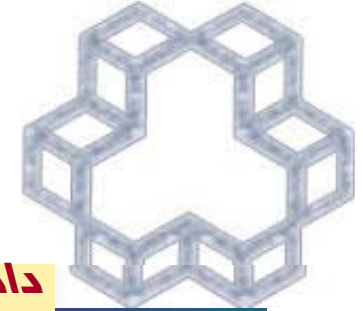


طراحی در حالت الاستوپلاستیک، در روشهایی که مبتنی بر تنش مجاز هستند و در آنها از بارهای خدمت ( بهره برداری) برای آنالیز و طرح اعضا استفاده می شود، صورت می گیرد.

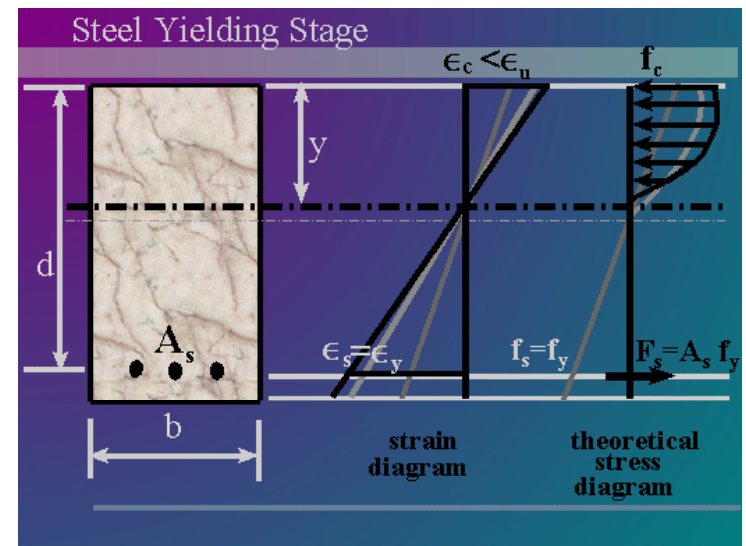
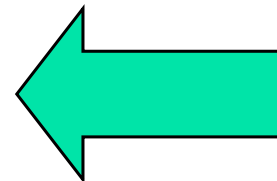
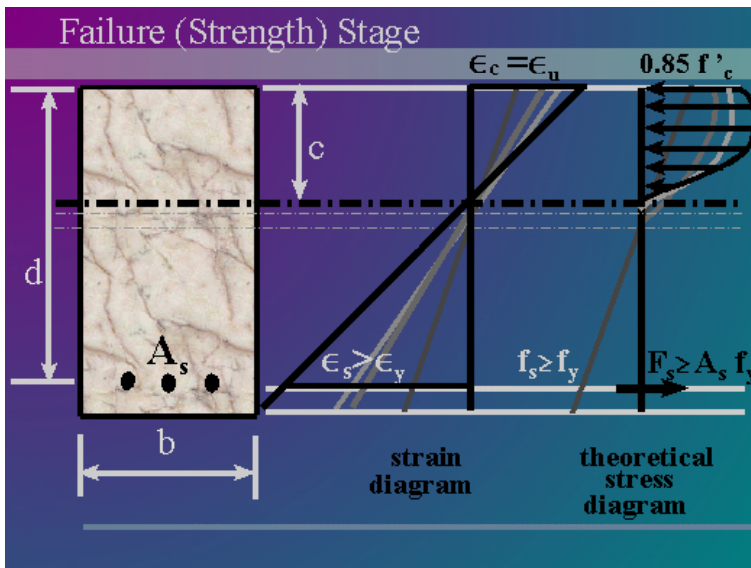


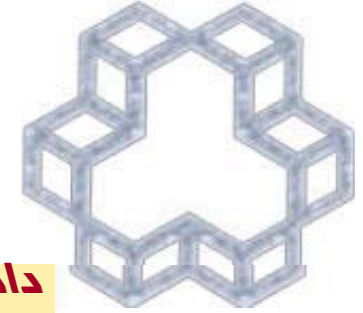
طراحی در حالت پلاستیک، در روشهای مقاومت نهایی به کار می رود که اساس این روشها بر این فرض است که در سازه مورد نظر تحت اثر بارهای ضریبدار مفصل پلاستیک تشکیل می شود.





روند پیشرفت تنش در مقطع بتنی





## تنش خمشی

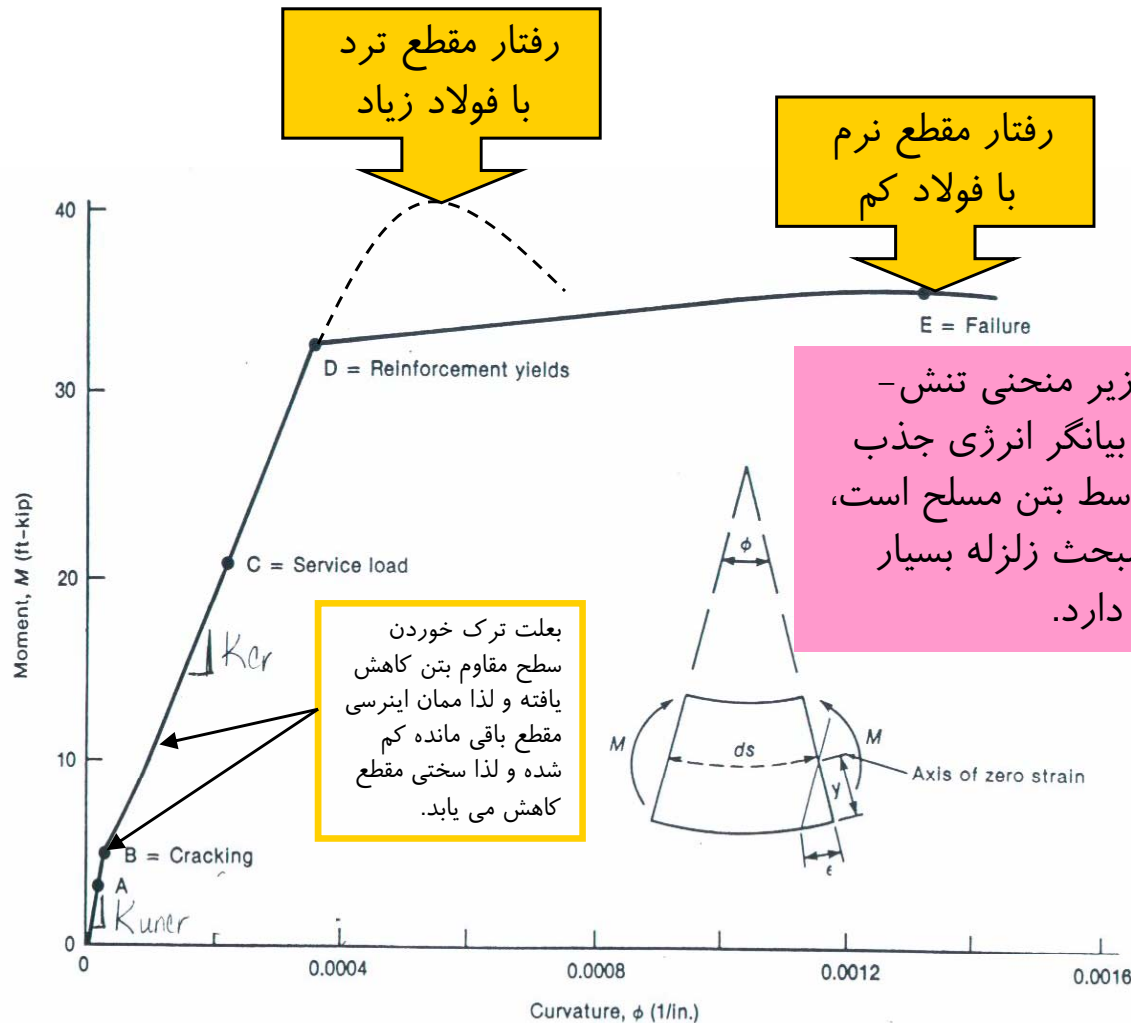


Fig. 4-7  
Moment-curvature diagram for test beam.

نمودار لنگر- انحنای ۵ مرحله در تیر را نشان می دهد. نمودار زاویه انحنای در برابر ممان را نشان می دهد.

$$\phi = (\epsilon / y) = [\sigma / E] / y$$

$$= [(My / I) / E] / y$$

$$\phi = M / (EI)$$

سه مرحله در تیر :

مرحله ۱ : هیچ بار خارجی به تیر وارد نمی شود.

مرحله ۳ : تیر تحت بار سرویس

مرحله ۵ : شکست تیر

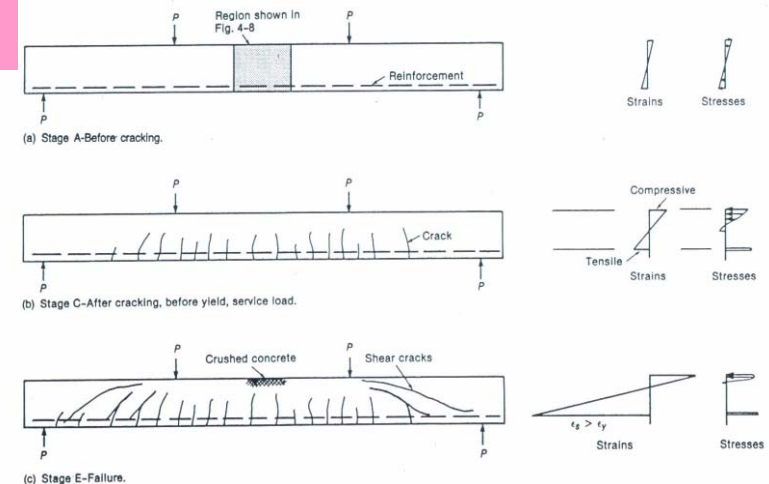
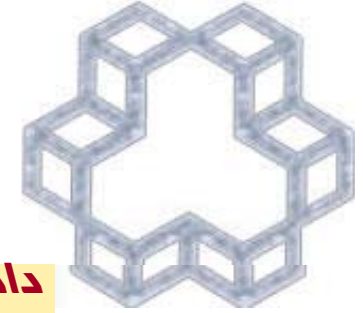
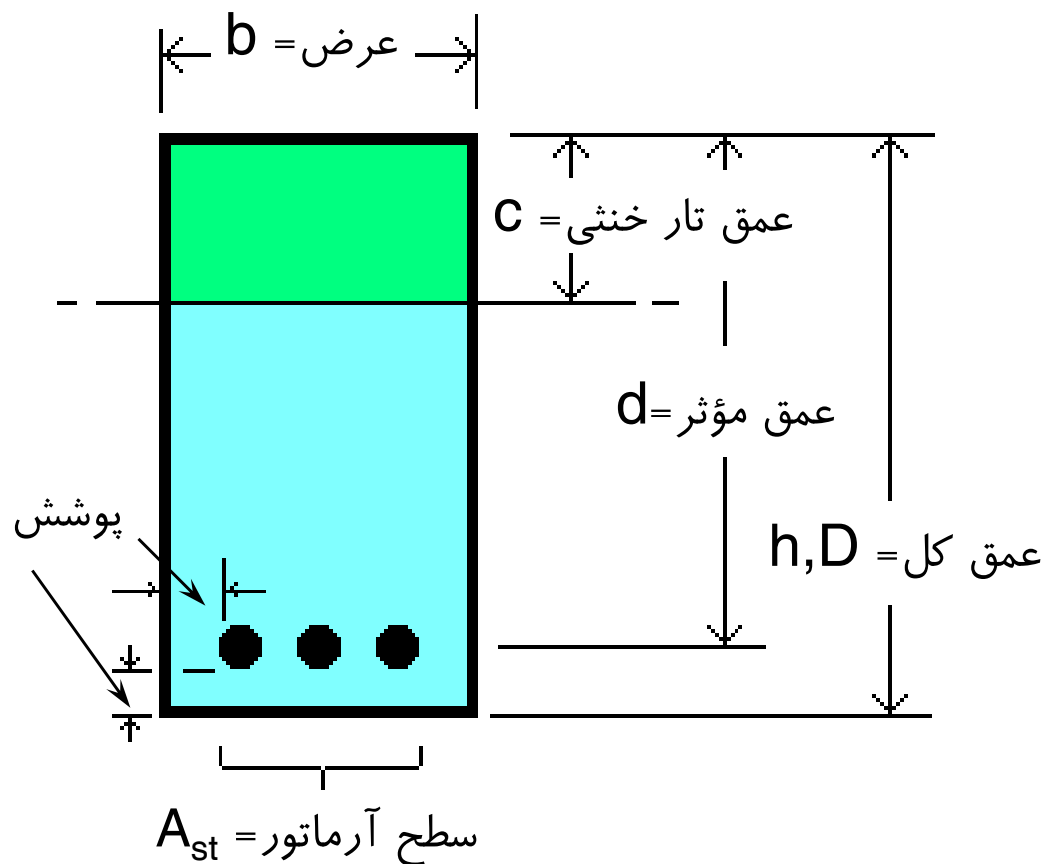


Fig. 4-5  
Cracks, strains, and stresses in test beam.

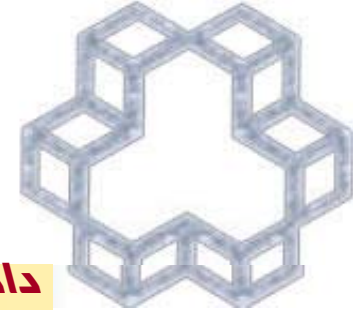


ابتدا چند نکته ...

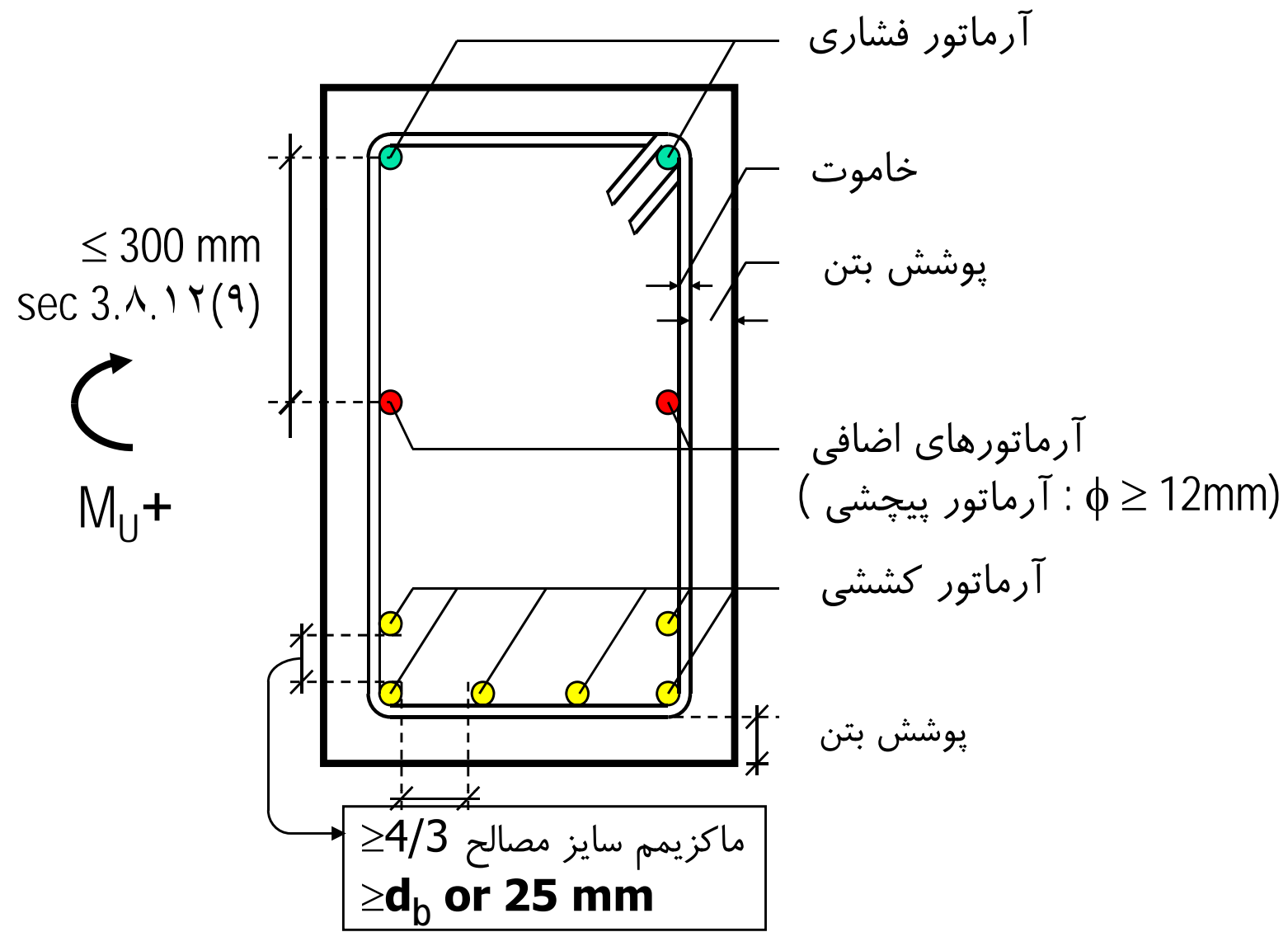
عمق مؤثر ( $d$ ): فاصله دورترین تار فشاری تا مرکز سطح آرماتور کششی طولی

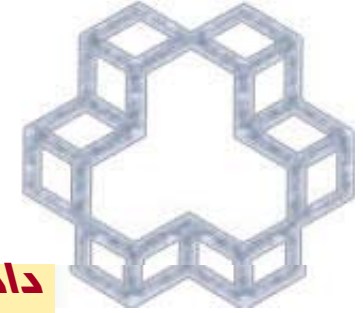




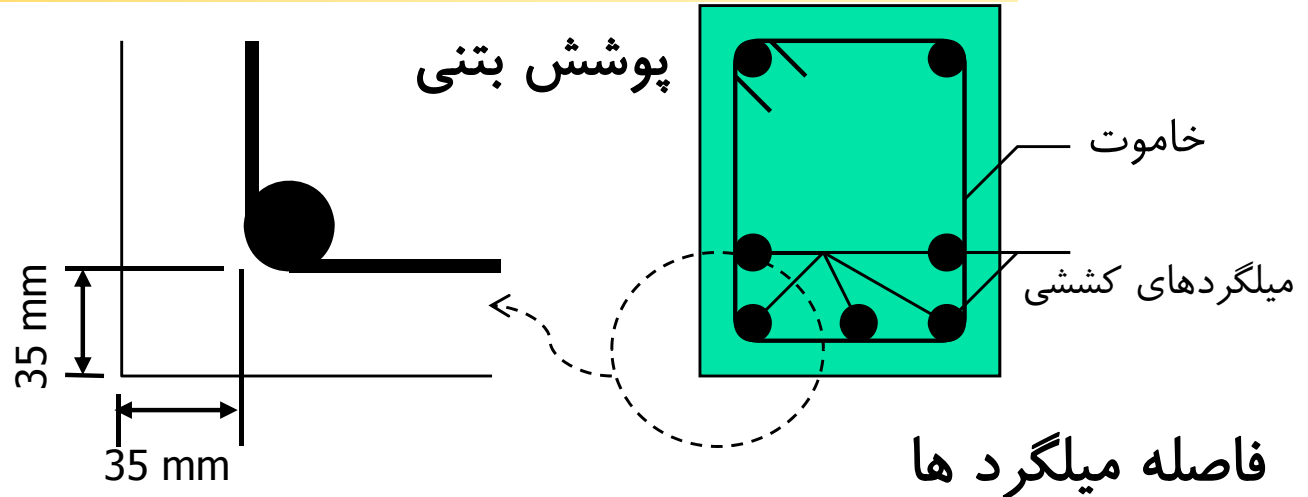


## مقطع مستطیلی بتن مسلح

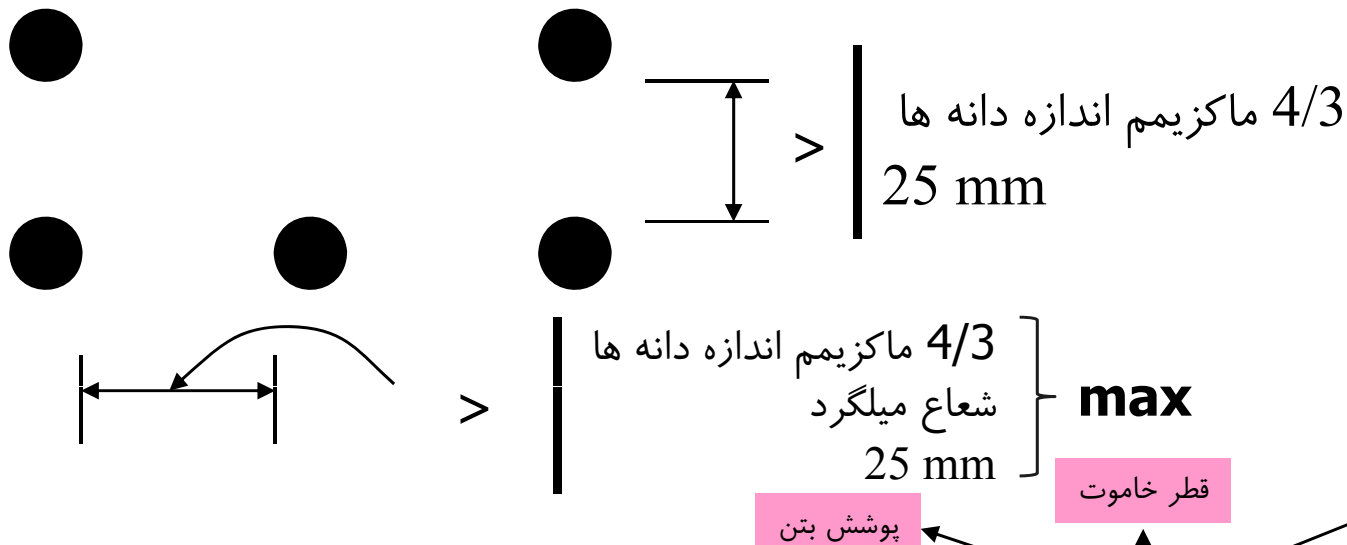




ضخامت پوشش نباید کمتر از مقادیر ذیل باشد:  
 الف) قطر میلگرد  
 ب) بزرگترین اندازه اسمی سنگدانه تا ۳۲ میلیمتر  
 یا ۵ میلیمتر بیشتر از بزرگترین اندازه اسمی  
 سنگدانه های بزرگتر از ۳۲ میلیمتر  
 ج) حداقل لازم بر اساس شرایط محیطی و نوع  
 قطعه از جدول ۹-۶-۵ مبحث ۹

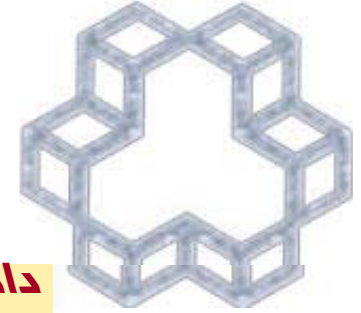


جهت دوام و حفاظت در برابر آتش سوزی



برای یک لایه میلگرد گذاری :  $d = D - (35 + 10 + 10) \sim D - 60$

برای دو لایه میلگرد گذاری :  $d = D - (35 + 10 + 20 + 12.5) \sim D - 90$



## ملزومات طراحی تیر

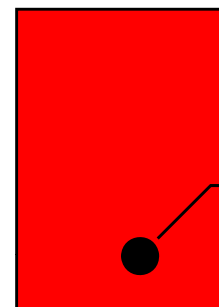
### ۱- عمق مینیمم ( جهت کنترل خیز )

One-way slab	<b>L/20</b>	<b>L/24</b>	<b>L/28</b>	<b>L/10</b>
BEAM	<b>L/16</b>	<b>L/18.5</b>	<b>L/21</b>	<b>L/8</b>

L = طول دهانه موثر  
(فاصله محور به محور تکیه گاه ها)

تذکره:  
مقادیر جدول هنگامی قابل استفاده هستند که المان غیر سازه ای به تیر متصل نباشد.

۹-۱۱-۵-۲-۳: در صورتیکه درصد فولاد کششی حاصل از محاسبه از  $\rho_{min}$  کمتر باشد می توان با قرارداد 1.33 برابر مقطع حاصل از محاسبه، از ضابطه مقابل صرف نظر نمود.



$A_s$

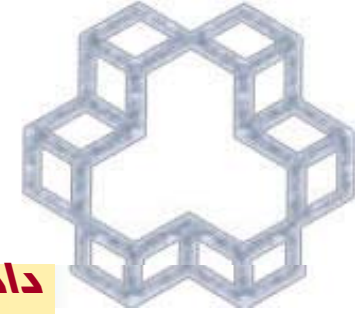
**MAX**

$$\rho_{min} = \frac{1.4}{f_y}$$

$$\rho_{min} = \frac{0.25\sqrt{f_c}}{f_y}$$

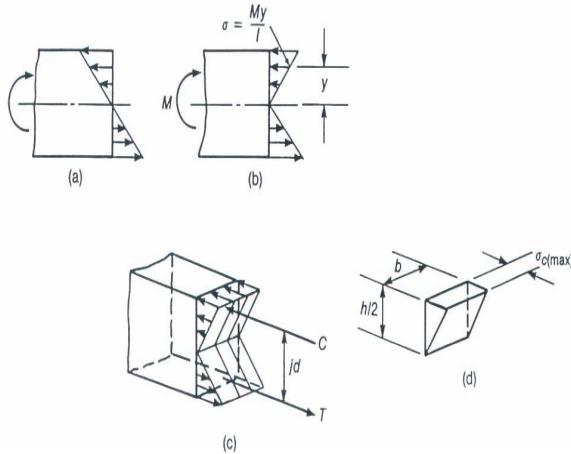
### ۲- فولاد حداقل ( برای تیر )

جهت اطمینان از اینکه فولاد قبل از وقوع اولین ترک جاری نمی شود



## توزیع تنشها پیش از ترک خوردگی

- لنگر ترک خوردگی



✓ تیر بتنی ترک نخورده ( $f_c < f_r$ )  
 ✓ در آستانه ترک خوردن

$$\sigma = \frac{My}{I} \Rightarrow \sigma \propto M$$

$$f = \frac{My}{I_g} \text{ for } M \leq M_{cr}$$

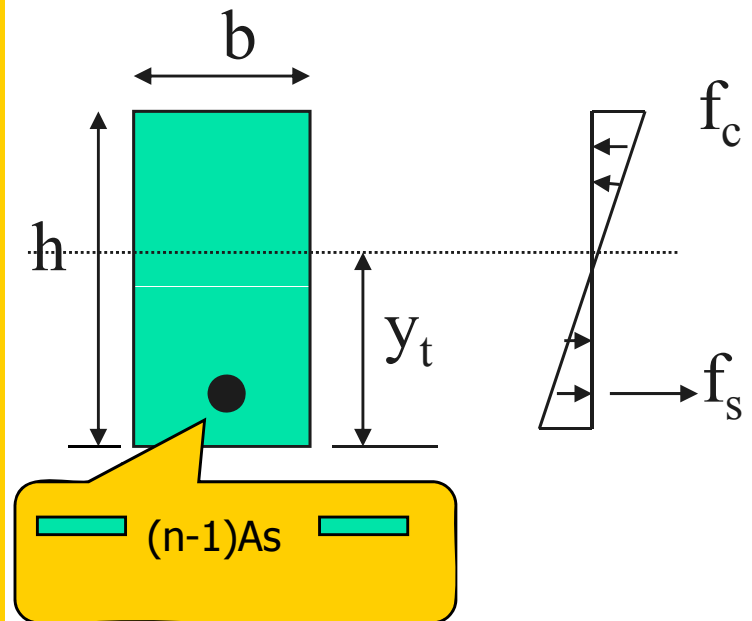
when  $f \Rightarrow f_r$  (Modulus of rupture)  $\Rightarrow$  cracking moment  $M_{cr}$

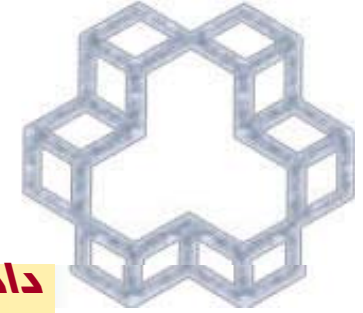
$$f_r = \frac{M_{cr} y_t}{I_g} \Rightarrow M_{cr} = \frac{I_g f_r}{y_t}$$

where  $f_r = 0.63 \sqrt{f'_c}$

$$I_g = \frac{bh^3}{12}$$

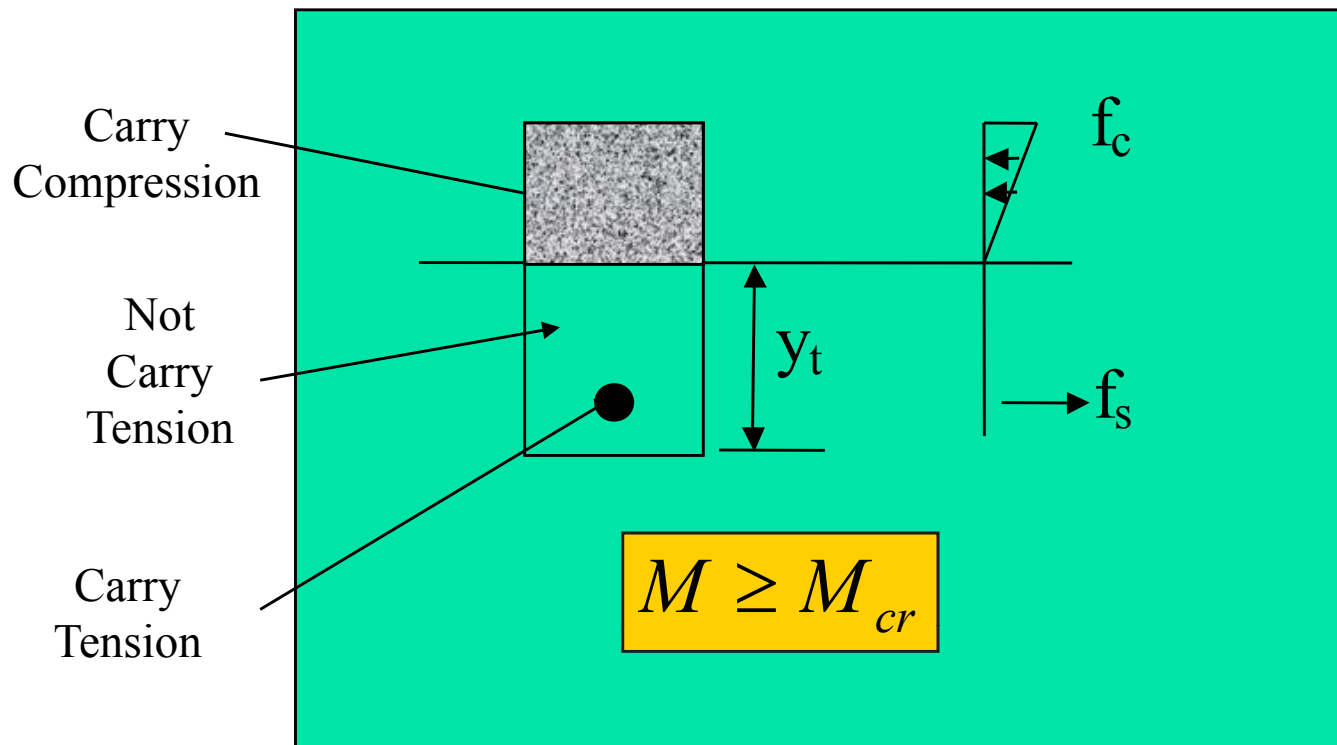
به طور تقریبی  
مقطع تبدیل  
نیافته





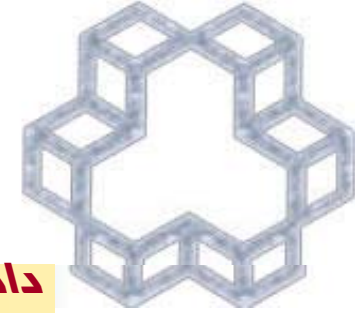
## توزیع تنشها پس از ترک خوردگی - طراحی به روش تنشهای مجاز

- مرحله ترک خوردن تیر بتنی ( $f_c \text{ (tension)} > f_r; f_c \text{ (comp.)} < f_c'/2$ )
- معمولا هنگامی که بار سرویس وارد می شود  $M > M_{cr}$  و ترکها در طول تیر گسترش می یابند، در این صورت  $M_{cr}$  کاربرد عملی ندارد.
- اما در ادامه خواهیم دید که:  $\delta \Rightarrow I_{eff} \Rightarrow M_{cr}$



**فرض:** بتن مسلح مانند ماده الاستیک رفتار می کند و به طور یکنواخت در طول تیر هر جا که  $M \geq M_{cr}$  باشد ترک می خورد.

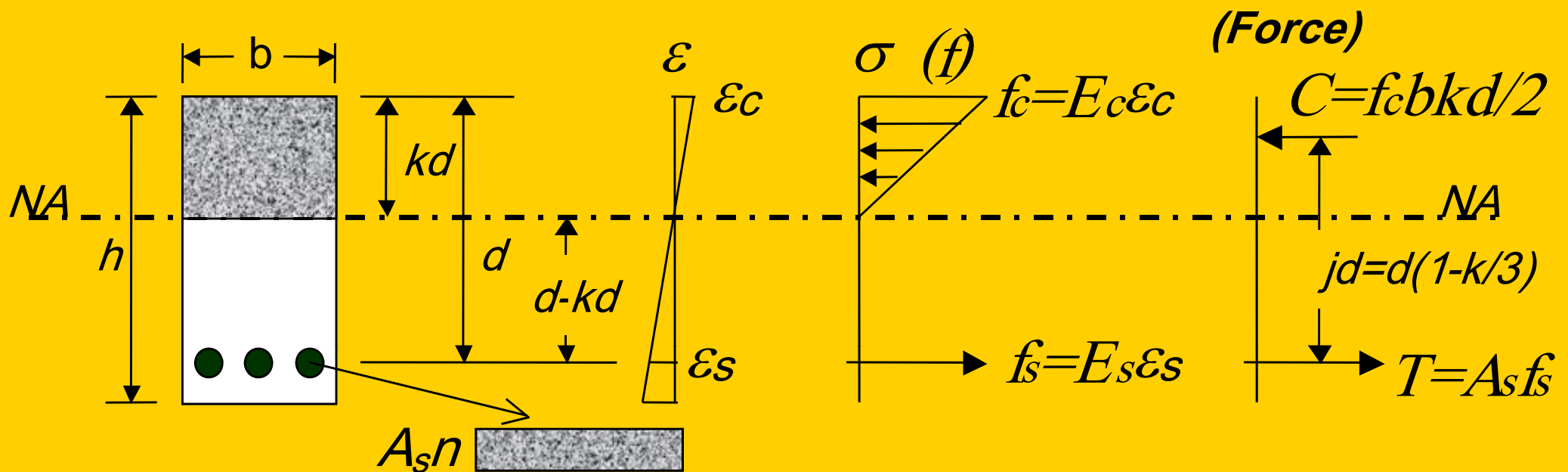
**هدف:** درک بهتر رفتار تیر تحت بارهای سرویس و استخراج فرمولها.

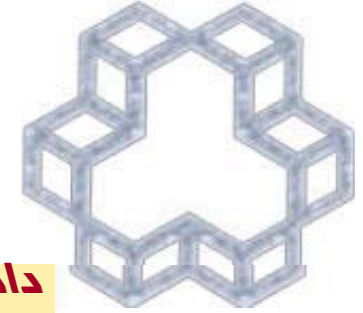


## تنشهای خمشی حاصل از لنگر بارهای سرویس (لنگر بدون ضریب)

### فرضیات :

- مقاطع صفحه، صفحه باقی می ماند. ( تغییر شکل به صورت خطی تغییر می کند).
- از قانون هوک تبعیت می کند.
- اگر  $f_s < f_y$  &  $f_c < 0.5f'_c$  در آن صورت هر دو مصالح رفتار تقریباً خطی دارند.
- بنابراین چون تحت بارهای خدمت (سرویس) تنشها در محدوده خطی باقی می ماند می توان از روابط هوک جهت محاسبه تنشها استفاده نمود.
- بتن ناحیه کششی کاملاً ترک می خورد و تنها فولاد، کشش را تحمل می کند.
- پیوند کامل بین بتن و فولاد. ( بدون لغزش )





تذکر:

$$E_c = 5000\sqrt{f_c}$$

$$kd * b \frac{f_c}{2} = A_s f_s$$

$$f_s = E_s \varepsilon_s; f_c = E_c \varepsilon_c$$

$$kdb E_c \frac{\varepsilon_c}{2} = A_s E_s \varepsilon_s$$

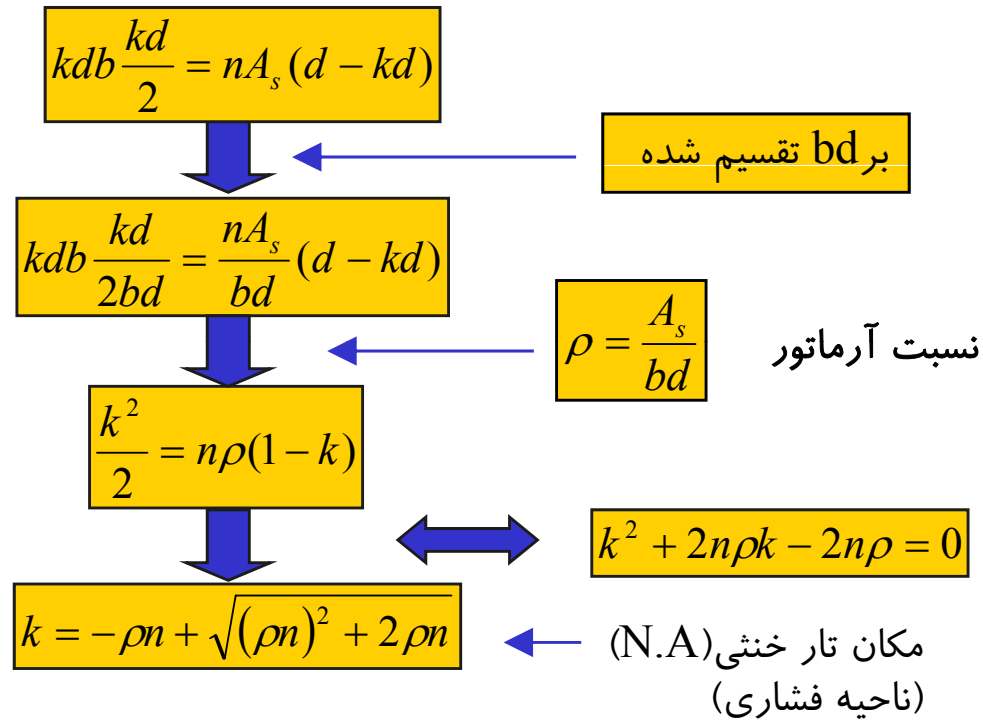
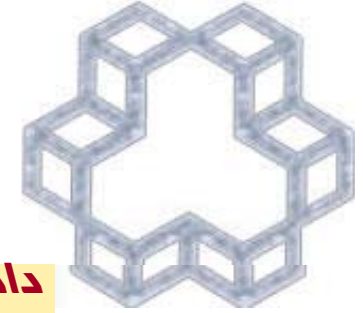
$$\text{Strain } \frac{\varepsilon_c}{kd} = \frac{\varepsilon_s}{d - kd}$$

$$kdb E_c \frac{kd}{2(d - kd)} \varepsilon_s = A_s E_s \varepsilon_s$$

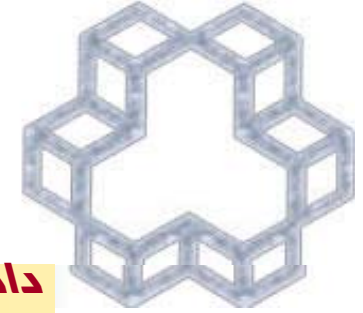
$$kdb \frac{kd}{2} = A_s \frac{E_s}{E_c} (d - kd)$$

$$\text{Modulus ratio } \frac{E_s}{E_c} = n$$

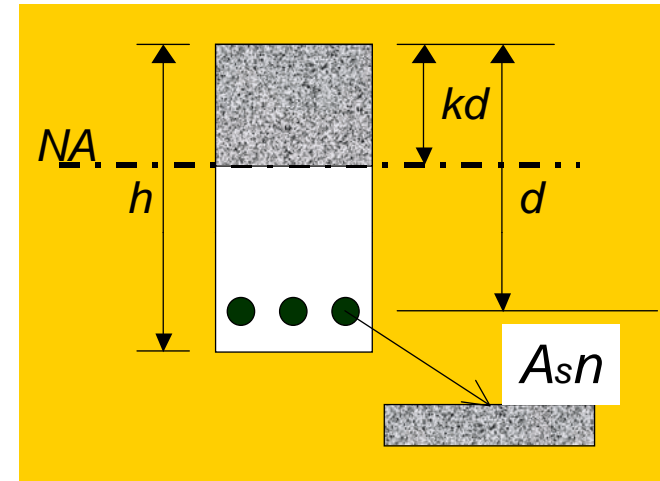
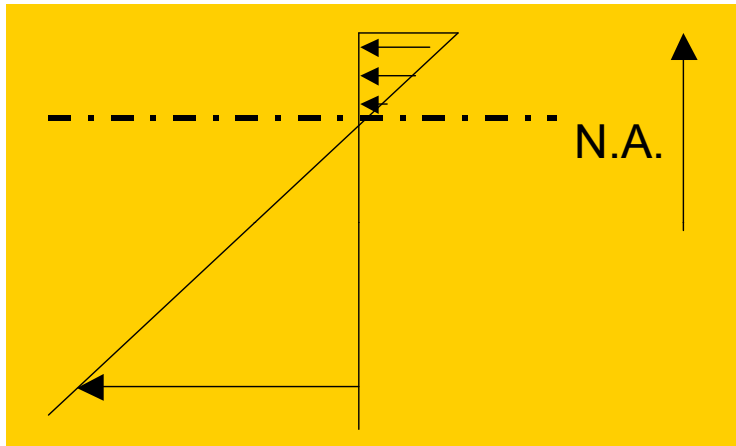
$$kdb \frac{kd}{2} = n A_s (d - kd)$$



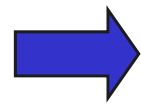




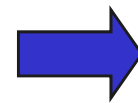
$$k = -\rho n + \sqrt{(\rho n)^2 + 2\rho n}$$



$\rho$



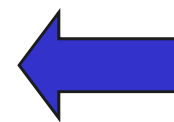
$k$



ناحیه فشاری

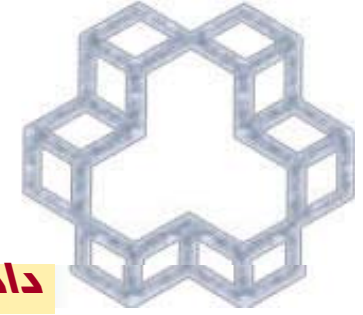


$\epsilon_s \uparrow$



لذا N.A به سمت بالا حرکت می کند.

$$I_{cr} = \frac{b(kd)^3}{3} + nA_s(d - kd)^2$$



کنترل تنشها در محل فولاد و بتن بطور مستقیم از لنگر مقاوم

$f_s$  vs.  $M_s$

$$M_s = T \times \text{arm} = A_s f_s j d$$

$$f_s = M_s / A_s j d; \text{ where } j d = d(1-k/3)$$

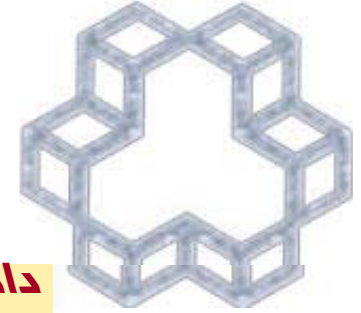
$f_c$  vs.  $M_s$

$$M_s = C \times \text{arm} = (f_c k d b / 2) j d$$

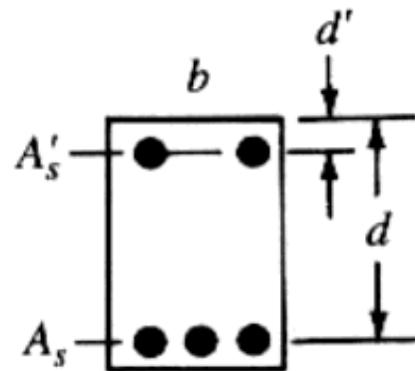
$$f_c = 2M_s / j k b d^2; \text{ where } j = (1-k/3)$$

$$M_y = M_s \text{ (when } f_s = f_y) = A_s f_y j d$$

لنگر تسلیم فولاد



## مقطع با فولاد مضاعف



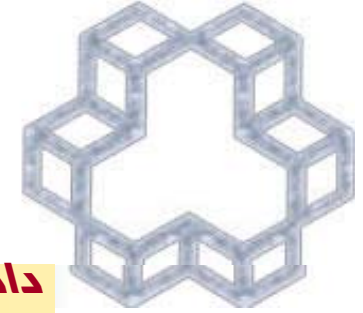
(a)

روش مقطع تبدیل یافته :

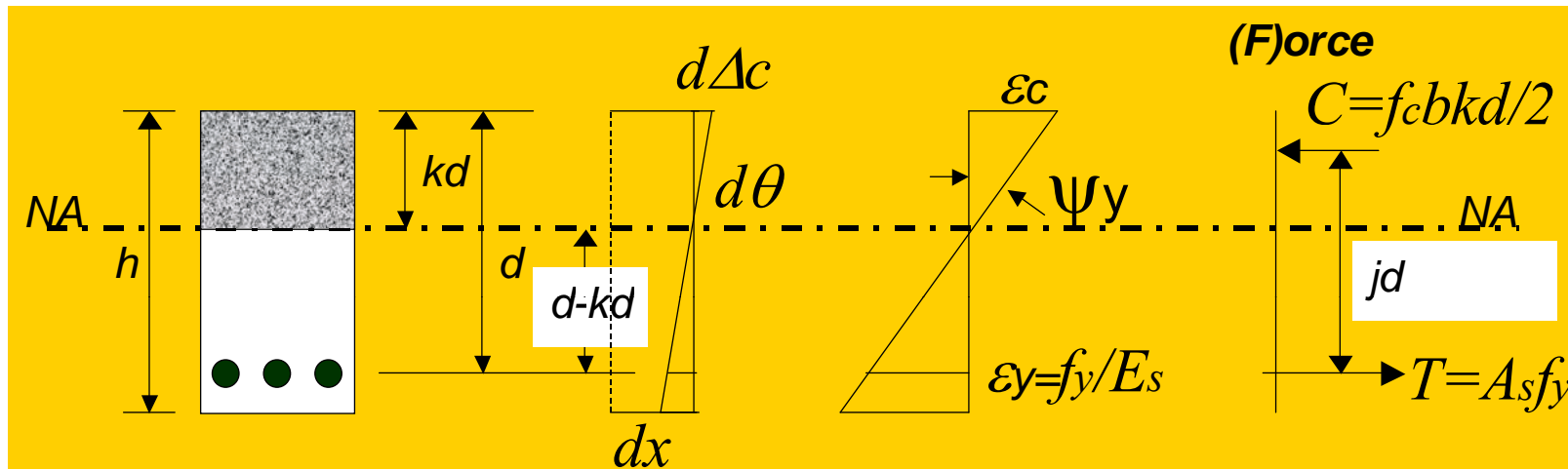
- فولاد کششی:  $A_s \times n = A_s \times E_s/E_c$
- فولاد فشاری:  $A_s' \times (2n-1)$  "hair splitting"

! چرا  $2n$  برای فولاد فشاری؟

- در طول زمان با در نظر گرفتن اثر خزش و جمع شدگی، بتن فشاری محکمتر فشرده میشود و از آرماتورها جدا می شود تا بار بیشتری را حمل کند.



## انحنای تسلیم و انحنای شکست



در لنگر تسلیم فولاد

در لنگر خمشی نهایی یا نرمال

$$d\Delta_s = (d - kd)(d\theta)$$

$$\frac{d\Delta_s}{dx} = (d - kd) \frac{d\theta}{dx}$$

$$\varepsilon_s = (d - kd)\psi \Rightarrow \psi = \frac{\varepsilon_s}{d - kd}$$

$$\psi_y = \frac{\varepsilon_s = \varepsilon_y}{d - kd} \Rightarrow \psi_y = \frac{f_y}{E_s (d - kd)}$$

$$M_y = T j d = f_y A_s j d = \psi_y (d - kd) E_s A_s j d$$

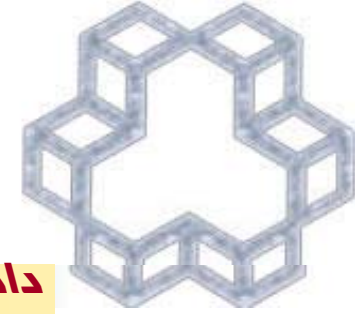
$$d\Delta_c = kd(d\theta)$$

$$\frac{d\Delta_c}{dx} = kd \frac{d\theta}{dx}$$

$$\varepsilon_c = kd\psi \Rightarrow \psi = \frac{\varepsilon_c}{kd}$$

$$\psi_u = \frac{\varepsilon_c = 0.0035}{kd}$$

$$M_n = \alpha f'_c ab \left( d - \frac{a}{2} \right) \quad a = \beta C, \quad C = kd$$



## طراحی در حالت حدی نهایی USD

### فرضیات :

۱. مقطع صفحه باقی می ماند ( برای تیرهای عمیق با  $h > 4b$ ، در نزدیکی نواحی غیر پیوسته، بارهای متمرکز، تغییرات در مقطع عرضی و سوراخ ها صادق نیست. )
۲. تناسب بین تنش و کرنش
۳. بتن کشش تحمل نمی کند.
۴. عدم لغزش بین بتن و فولاد.
۵. شکست بتن هنگامی که کرنش به 0.0035 برسد روی می دهد.  $\epsilon_u = 0.0035$
۶. استفاده از بلوک تنش برای رابطه بین تنش و کرنش

### فواید روش USD:

- رسیدن به مود شکست
- رفتار غیرخطی بتن
- ضریب اطمینان واقع گرایانه تر
- پیش بینی بار نهایی بیشتر ( F.S. کمتر )

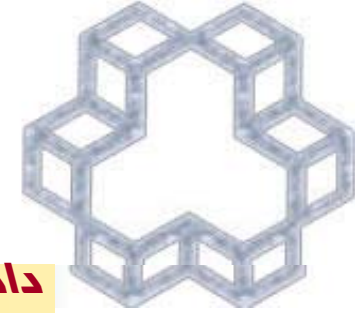
Ult. Load=5100kg



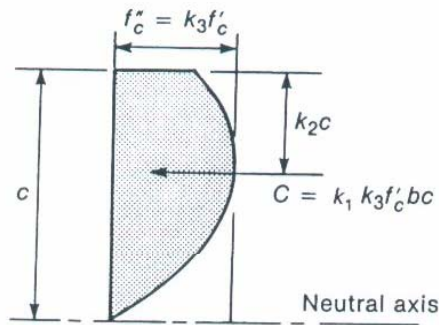
### ضرایب اطمینان مبحث ۹:

$$f_{yd} = \Phi_s \times f_y \quad \Phi_s = 0.85$$

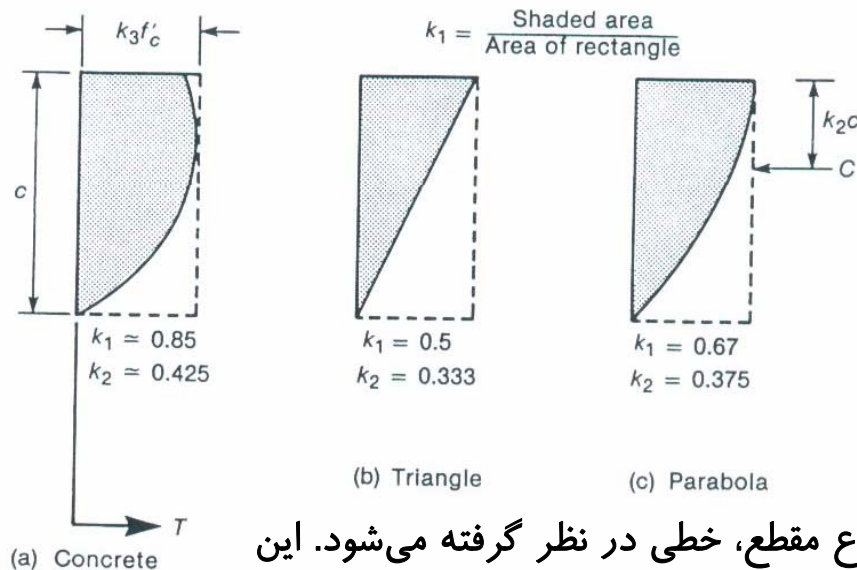
$$F_{cd} = \Phi_c \times f_c \quad \Phi_c = 0.6$$



## تنش خمشی

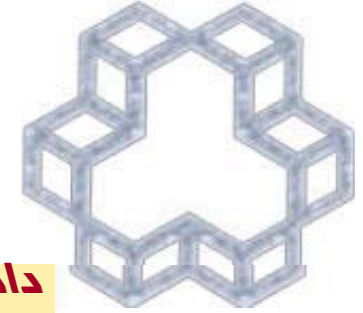


ضرایب بلوک فشاری تنش در شکل نشان داده شده است.

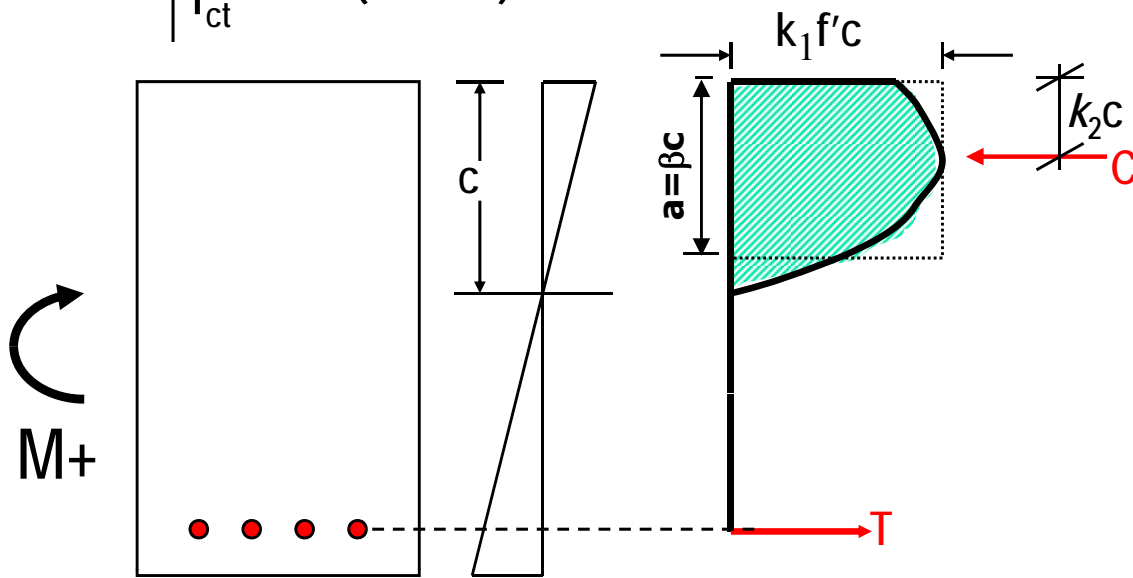
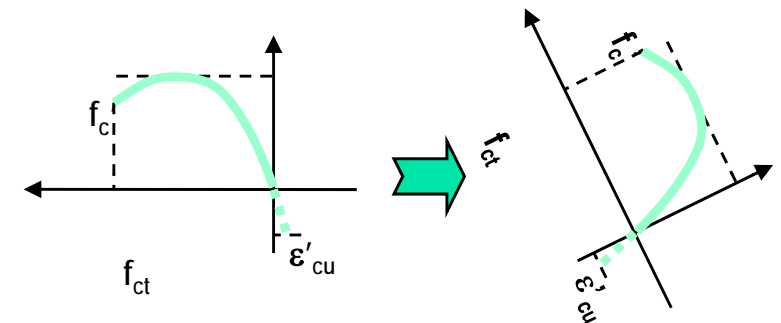
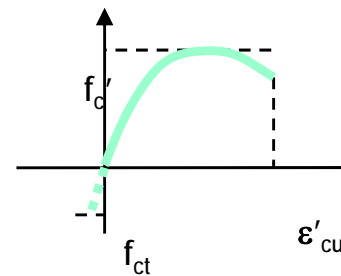
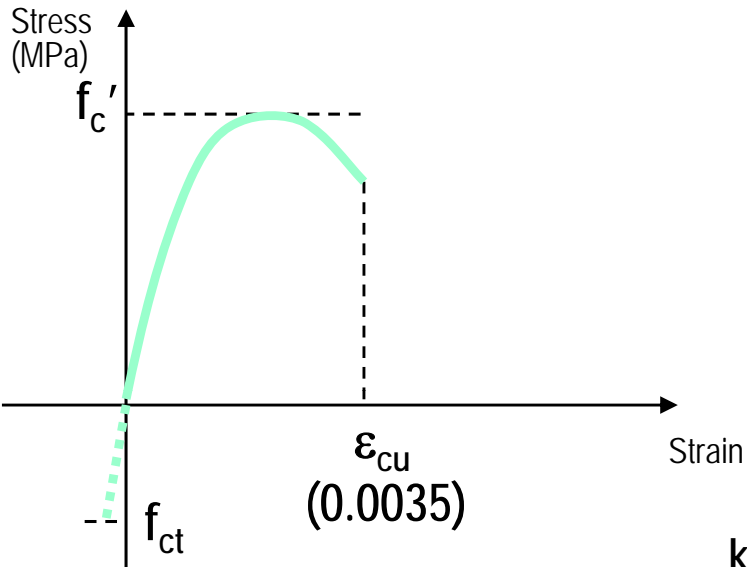


$k_3$  نسبت ماکزیمم تنش در ناحیه فشاری تیر به مقاومت استوانه ای  $f'_c$  است (  $0.85$  مقدار رایجی در بتن های معمولی است).

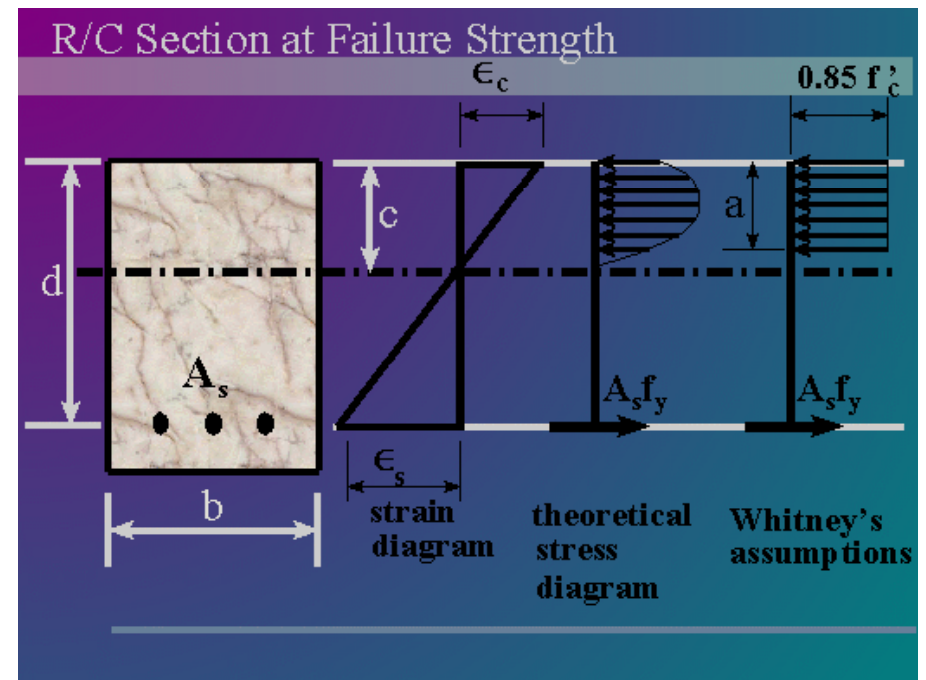
۹-۱۱-۳-۱- در هر مقطع توزیع تغییر شکل های نسبی فولاد و بتن در ارتفاع مقطع، خطی در نظر گرفته می شود. این فرض در مقاطع خمشی با ارتفاع زیاد که شامل تیرهای با نسبت ارتفاع مقطع به دهانه آزاد بزرگتر از  $0.25$  می باشد، مورد قبول نیست. در این گونه مقاطع توزیع تغییر شکل های مذکور غیرخطی منظور می گردد.

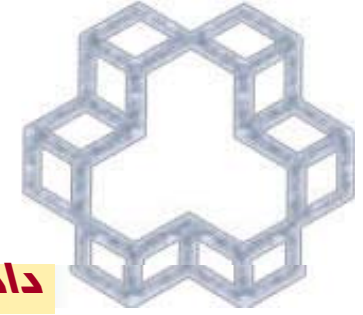


## توزیع تنش در لحظه شکست و بلوک تنش ویتنی



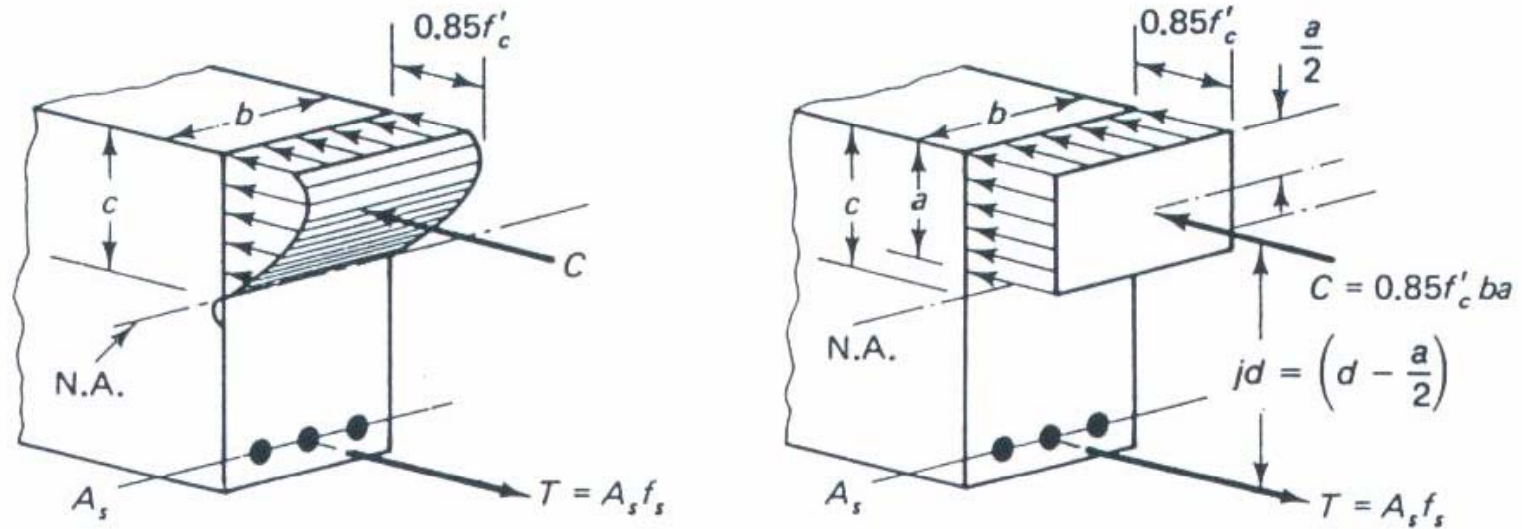
$$C_c = \beta k_1 f'_c b * c \quad \text{at the location } x = k_2 * c$$





## تنش خمشی

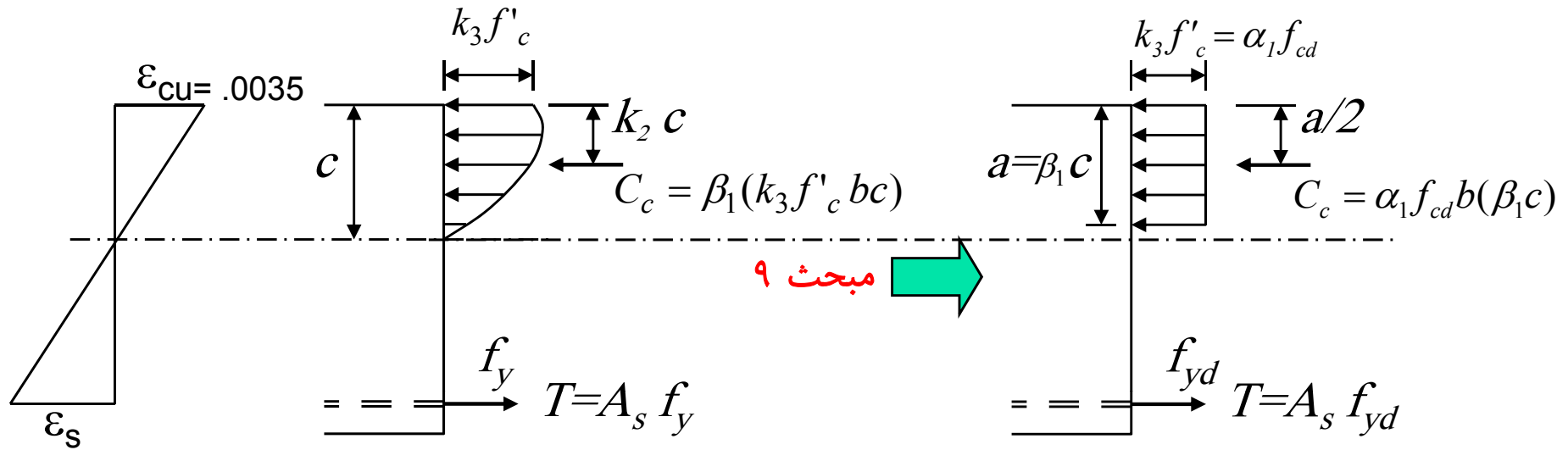
ناحیه فشاری با بلوک تنش ویتنی مدل شده است.





# مقاومت لنگر مقاوم (Mn) بر اساس استاندارد مبحث ۹

(بلوک تنش ویتنی)



توزیع تنش معادل

$$f_{cd} = \phi_c f'_c = 0.6 f'_c$$

$$f_{yd} = \phi_s f_y = 0.85 f_y$$

$\sum F_x = 0 \rightarrow$   
با فرض تسلیم فولاد

$$\begin{cases} C_c = T \\ \alpha f_{cd} ab = A_s f_{yd} \end{cases}$$

$$a = \frac{A_s f_{yd}}{\alpha f_{cd} b}$$

$$M_r = A_s f_{yd} (d - a/2) = \alpha f_{cd} ab (d - a/2)$$

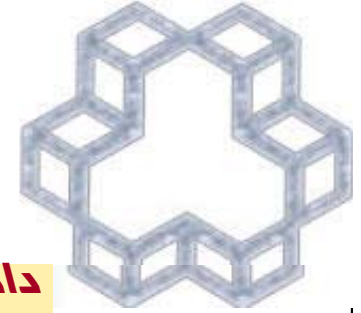
$$M_r = A_s f_{yd} \left( d - \frac{1}{2} \times \frac{A_s f_{yd}}{\alpha f_{cd} b} \right) \therefore \rho = \frac{A_s}{bd}$$

$$M_r = \rho b d^2 f_{yd} \left( 1 - \rho \frac{f_{yd}}{2\alpha f_{cd}} \right)$$

۲. تعادل

نیروهای داخلی در تعادل  
با نیروهای خارجی باشد.

۱. سازگاری تنش و کرنش  
(تنش در هر نقطه از عضو  
باید متناسب با کرنش در  
آن نقطه باشد.)



3. نیاز به تأیید  $\epsilon_s > \epsilon_y$



$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_s}$$

$$c = \frac{a}{\beta_1}$$

$$\epsilon_s = \frac{(d - c)}{c} \epsilon_c > \epsilon_y$$

توزیع تنش مستطیلی معادل تحت عنوان ضریب  $\beta_1$  مطرح می شود که نسبت توزیع تنش متوسط را تامین می کند.

$$\alpha_1 = 0.85 - 0.0015 f_c \geq 0.67$$

$$\beta_1 = 0.97 - 0.0025 f_c \geq 0.67$$

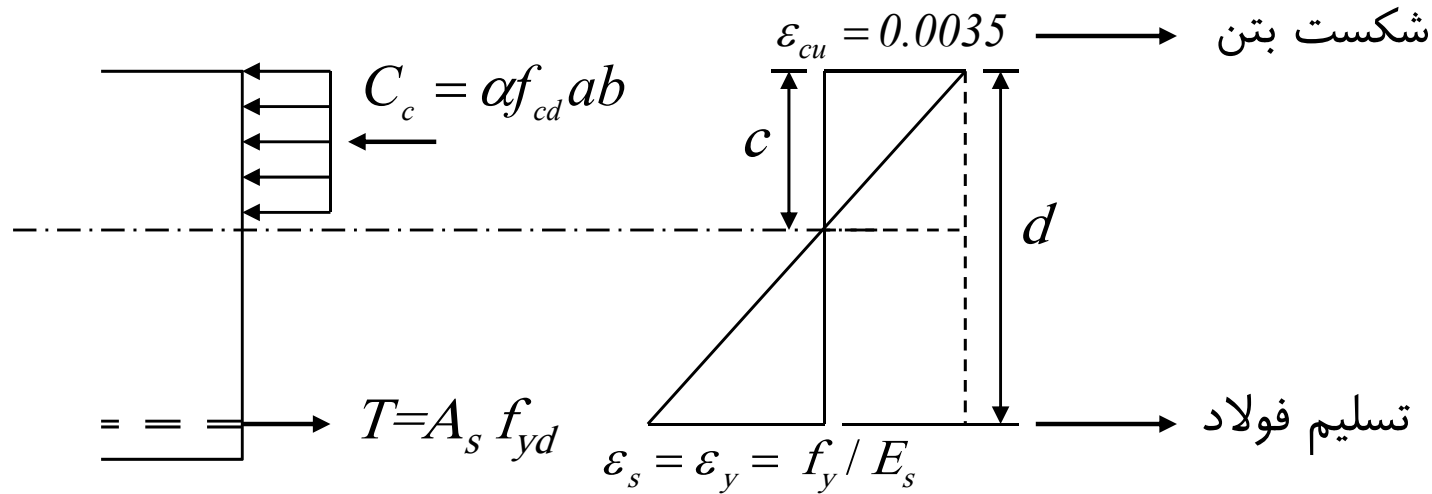
$$R_U = \frac{M_u}{bd^2} ; m = \frac{f_{yd}}{\alpha f_{cd}}$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_U}{f_{yd}}} \right)$$

2

اگر معادله ۱ را برای  $\rho$  با تعریف اضافه داده شده حل کنیم خواهیم داشت:

## نسبت فولاد بالانس ( $\rho_b$ )



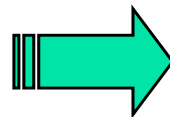
$$\frac{c_b}{d} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \Rightarrow c_b = \left( \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y} \right) d$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_c = T \Rightarrow \alpha f_{cd} \beta_1 c_b b = A_s f_{yd} = \rho_b f_{yd} b d$$

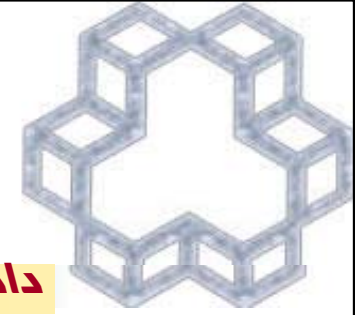
$$\rho_b = \alpha \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$

$$\epsilon_{cu} = 0.0035, \epsilon_y = \frac{f_y}{2 \times 10^5}$$

$$\rho_b = \alpha \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{cu} + \epsilon_y}$$



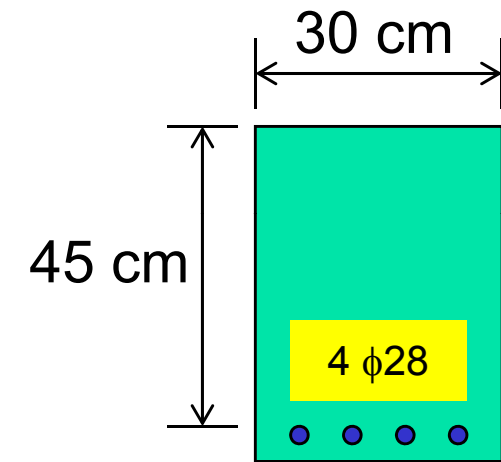
$$\rho_b = \alpha \beta_1 \frac{f_{cd}}{f_{yd}} \times \frac{700}{700 + f_y}$$



## مثال ۱-۳:

■ مقاومت خمشی مقطع زیر را حساب کنید.

$$b = 300\text{mm} \quad d = 450\text{mm} \quad f'_c = 30\text{MPa} \quad f_y = 400\text{MPa}$$



حل:

$$A_s = 4 \times \pi \frac{28^2}{4} = 2463\text{mm}^2$$

$$\rho_{\text{available}} = \frac{2463}{300 \times 450} = 0.0182$$

$$\alpha = 0.85 - 0.0015 \times 30 = 0.805$$

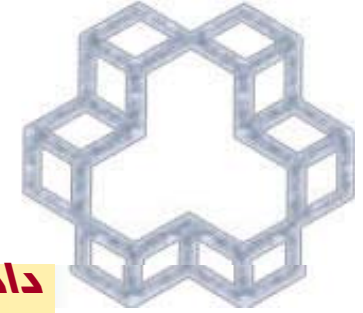
$$\beta = 0.97 - 0.0025 \times 30 = 0.9$$

$$\rho_{\text{max}} = 0.805 \times 0.9 \frac{0.6 \times 30}{0.85 \times 400} \times \frac{700}{700 + 400} = .0244 \quad \textcircled{3}$$

$$\rho \leq \rho_{\text{max}} \quad \text{OK}$$

1

$$M_r = 0.0182 \times 300 \times 450^2 \times 0.85 \times 400 \left( 1 - 0.0182 \frac{0.85 \times 400}{2 \times 0.805 \times 0.6 \times 30} \right) = 295651878 = 295.6 \text{ KN.m}$$



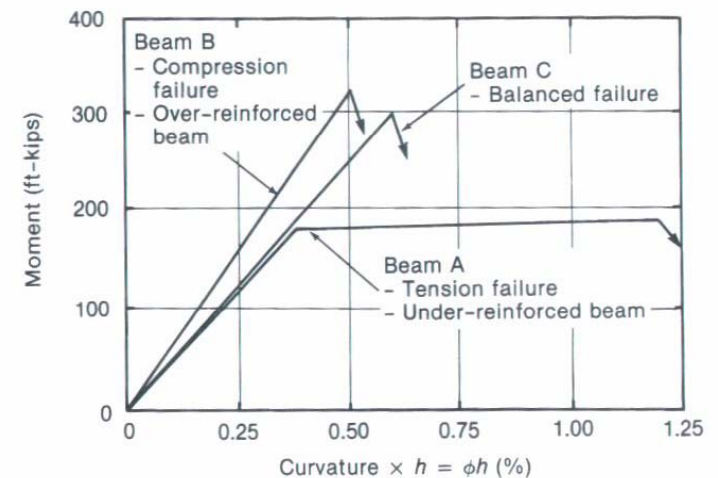
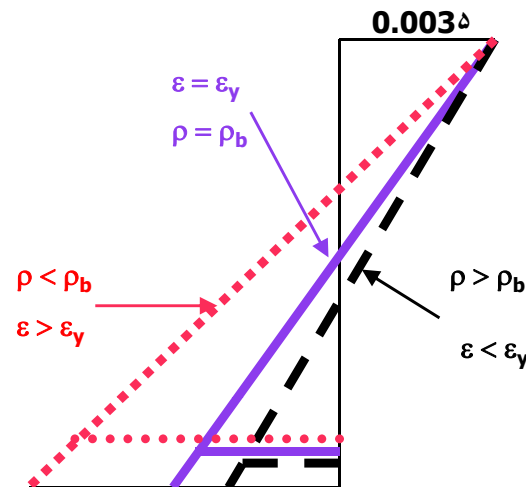
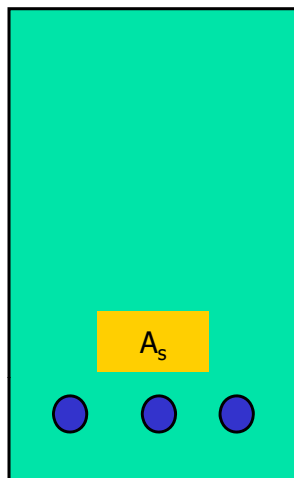
## شکست خمشی تیر

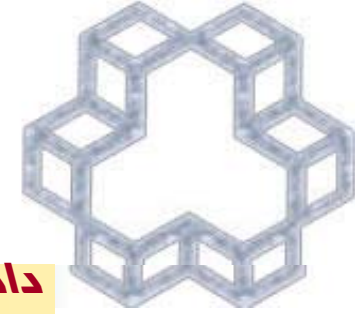
■ امکان وقوع سه نوع شکست خمشی مجزا برای تیر وجود دارد :

۱- **شکست کششی** : فولاد قبل از شکست بتن جاری می شود. این نوع تیر را تحت مسلح ( under-reinforced ) گویند و این نوع رفتار را رفتار نرم، تیری با این نوع رفتار می تواند تغییر شکل زیادی را قبل از شکست تحمل کند. بنابراین ساکنین ساختمان قبل از خرابی شاهد علامتهایی هستند و لذا این شانس را دارند که قبل از خرابی کامل ساختمان را ترک کنند. ( $\rho < \rho_b$ )

۲- **شکست فشاری** : بتن قبل از جاری شدن فولاد می شکند. این نوع تیر را فوق مسلح ( over-reinforcement ) گویند. این نوع تیر به طور ناگهانی با رفتاری ترد و بدون هیچگونه هشدار به ساکنین می شکند. ( $\rho > \rho_b$ )

۳- **شکست بالانس** : بتن می شکند و فولاد هم همزمان جاری می شود. این تیر دارای فولاد بالانس است. ( $\rho = \rho_b$ )





## توصیه های طراحی

$\rho = \rho_b$ : balance,  $\rho > \rho_b$ : over RC,  $\rho < \rho_b$ : under RC

ماکزیمم نسبت فولاد:  $\rho_{max} = \rho_b$

مینیمم نسبت فولاد:  $\rho_{min} = \max \left\{ \begin{array}{l} 1.4 / f_y \text{ (Concrete first crack)} \\ 0.25 \sqrt{f_c'} / f_y \end{array} \right.$

طراحی:  $\rho_{min} < \rho < [\rho_{max} = \rho_b]$

طراحی محافظه کارانه:  $\rho = 0.5 \rho_{max}$

### مثال ۲-۳:

به دلیل محدودیت های معماری تیری با مقطع زیر احتیاج است. سطح فولاد را در مقطع وسط محاسبه کنید.

$$b = 600\text{mm} \quad D = 600\text{mm} \quad f'_c = 21\text{MPa} \quad f_y = 420\text{MPa}$$

### حل:

$$\text{Beam's weight} = 0.6 \times 0.6 \times 25 = 9 \text{ kN/m}$$

$$w_u = 1.25DL + 1.5LL \Rightarrow w_u = 1.25(15 + 9) + 1.5(36.5) = 84.75 \text{ kN/m}$$

$$M_u = \frac{w_u l^2}{8} \Rightarrow M_u = \frac{84.75 \times 7.0^2}{8} = 519.09 \text{ kN.m}$$

$$d = 60 - 6 = 54 \text{ cm}$$

$$\alpha = 0.85 - 0.0015 \times 21 = 0.82 \quad ; \quad \beta = 0.97 - 0.0025 \times 21 = 0.92$$

$$R = \frac{M_u}{bd^2} = \frac{519.09 \times 10^6}{600 \times 540^2} = 2.97$$

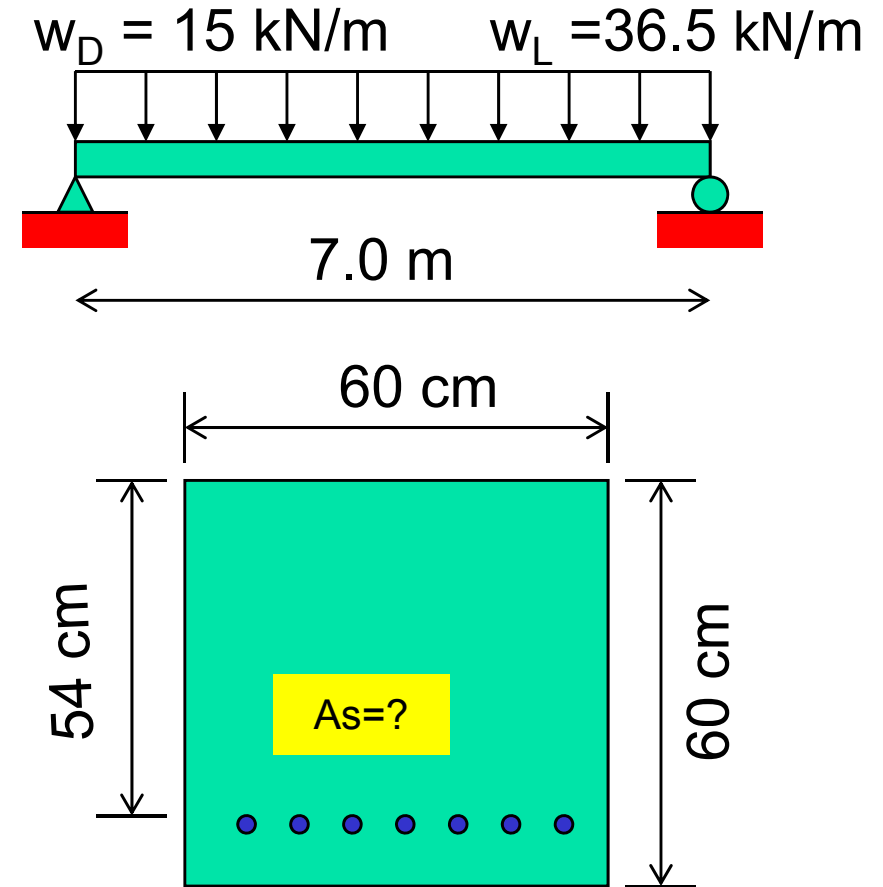
$$m = \frac{.85 \times 420}{.82 \times 0.6 \times 21} = 34.55$$

$$\rho = \frac{1}{34.55} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 34.55 \times 2.97}{.85 \times 420}} \right) = 0.01$$

$$A_s = 600 \times 540 \times 0.01 = 3229 \Rightarrow 7\phi 25 \quad A_{s_{\text{sav.}}} = 3436 \text{ mm}^2$$

$$\rho_b = 0.82 \times 0.92 \frac{.6 \times 21}{.85 \times 420} \times \frac{700}{700 + 420} = 0.017 \quad \rho_{\text{min}} = \frac{1.4}{420} = 0.003$$

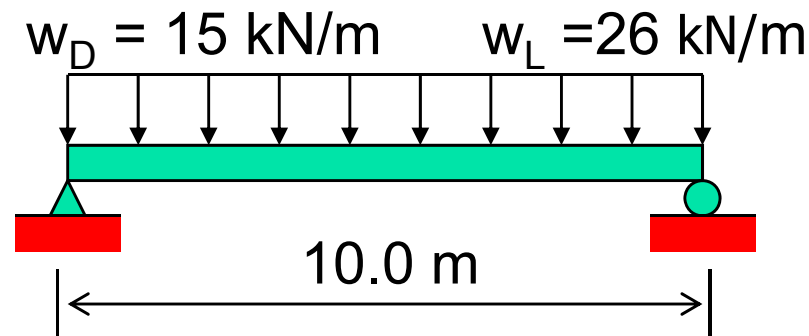
$$\rho_{\text{min}} \leq \rho \leq \rho_b \quad \text{Ok}$$



### مثال ۳-۳:

یک تیر ساده ۱۰ متری بار زنده 26 kN/m و بار مرده 15 kN/m را تحمل می کند.  
خصوصیات مقطع عرضی این تیر را در وسط دهانه محاسبه کنید.

$$f'_c=24.5 \text{ MPa} , f_y=420 \text{ MPa}$$



حل:

$$D_{\min} = \frac{L}{16} = \frac{1000}{16} = 62.5 \sim 65 \text{ cm} \therefore b \approx h / 2 \approx 35$$

$$\text{Beam's weight} = 0.65 \times 0.35 \times 2500 \text{ kg} / \text{m}^3 = 568 \text{ kg} / \text{m} \sim 6 \text{ kN} / \text{m}$$

$$w_u = 1.25(15 + 6) + 1.5 \times 26 = 65.25 \text{ kN} / \text{m}$$

$$M_u = 815.625 \text{ kN.m}$$

$$\alpha = 0.85 - 0.0015 \times 25 = 0.81 , \beta = 0.97 - 0.0025 \times 25 = 0.91$$

$$\rho_b = 0.91 \times 0.81 \times \frac{0.6 \times 25}{0.85 \times 420} \times \frac{700}{700 + 420} = 0.0193$$

$$M_r = M_u \Rightarrow bd^2 = \frac{815.625 \times 10^6}{.0193 \times .85 \times 420 \left( 1 - 0.0193 \times \frac{.85 \times 420}{2 \times .81 \times .6 \times 25} \right)} = 165224711$$



$$b \approx d/2 \rightarrow 4b^3 = 165224711 \rightarrow b = 345.8 \text{ mm} \rightarrow \therefore b = 400 \rightarrow d = 800$$

$$D = 800 + 90 \sim 900 \rightarrow d \sim D - 90 = 810 \rightarrow \text{Beam's weight} = 0.4 \times 0.9 \times 25 = 9 \text{ kN/m}$$

$$M_u = 862.5$$

$$R = \frac{M_u}{bd^2} = \frac{862.5 \times 10^6}{400 \times 810^2} = 3.286$$

$$m = \frac{f_{yd}}{0.81 \times f_{cd}} = \frac{0.85 \times 420}{0.81 \times 0.6 \times 25} = 29.4$$

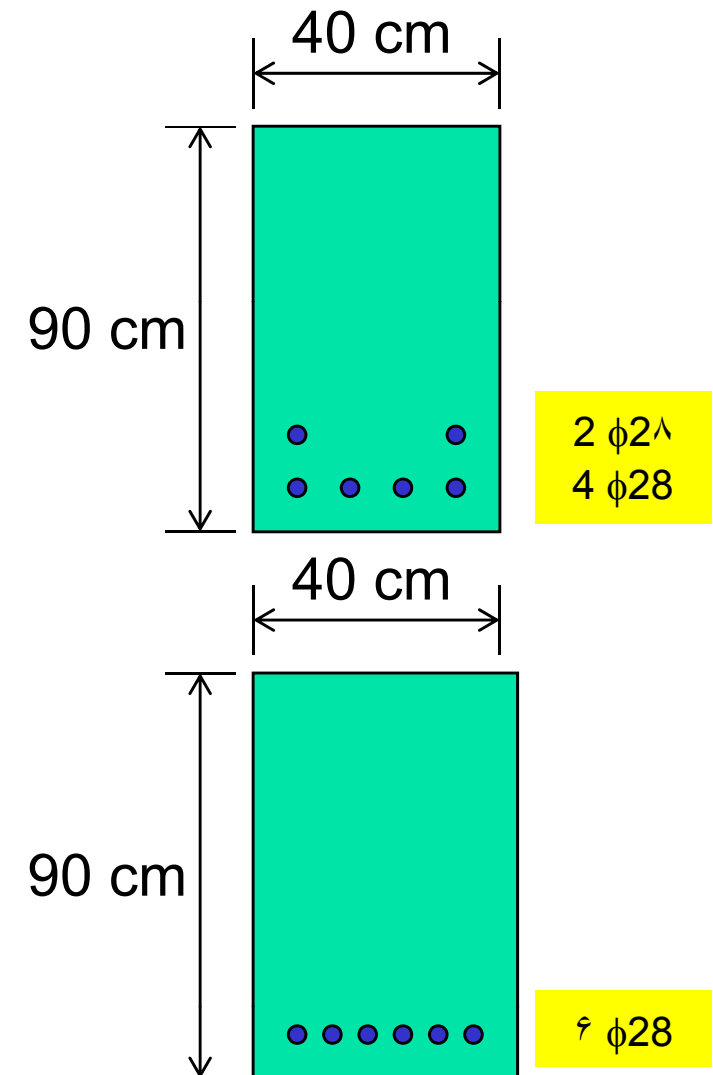
$$\rho = \frac{1}{29.4} \left( 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 29.4 \times 3.286}{.85 \times 420}} \right) = 0.011 < \rho_b$$

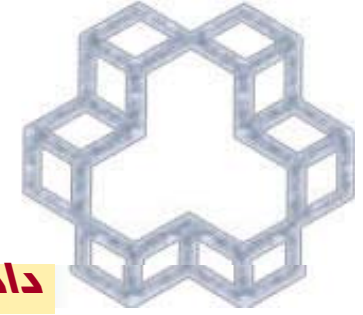
$$A_s = .011 \times 400 \times 810 = 3553.4 \text{ mm}^2 \quad 6\phi 28$$

$$A_s = 3694.5$$

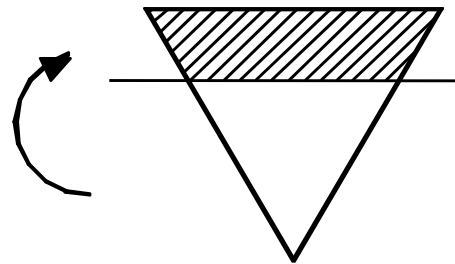
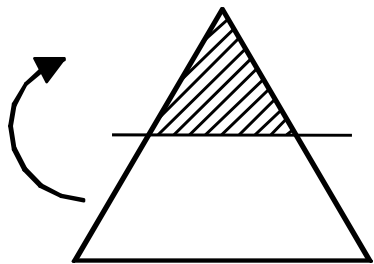
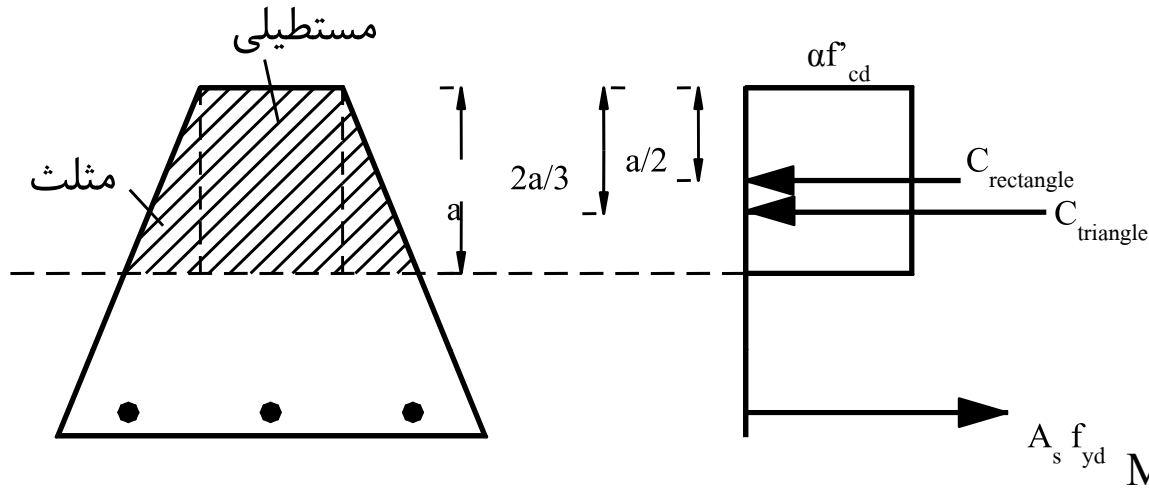
$$b_{\min} = 6 \times 28 + 5 \times 28 + 20 + 2 \times 35 = 398 \text{ Ok.}$$

$$\rho_{\min} = 1.4/420 = 0.003 \rightarrow \rho_{\min} \leq \rho \leq \rho_{\max} \quad \text{Ok.}$$

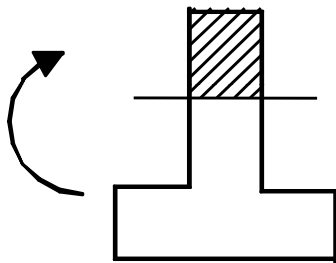


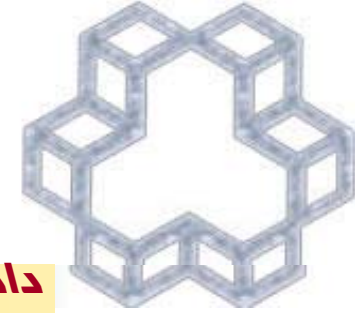


## دیگر مقاطع غیر مستطیلی

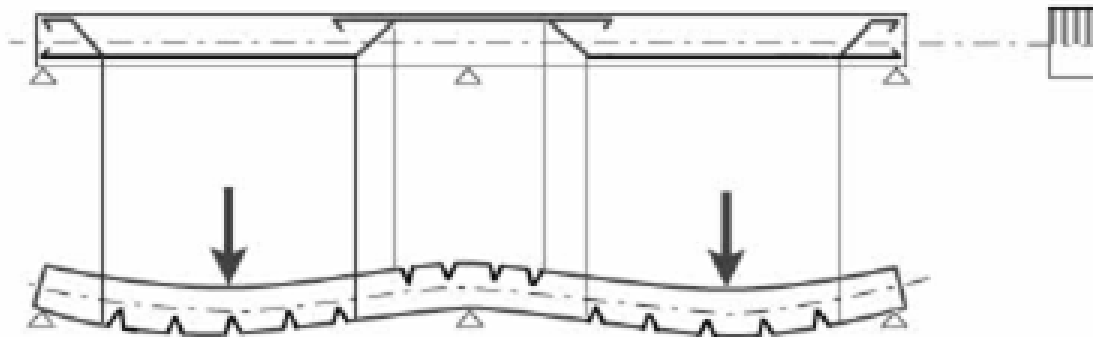


چرا؟ → طراحی بهتر

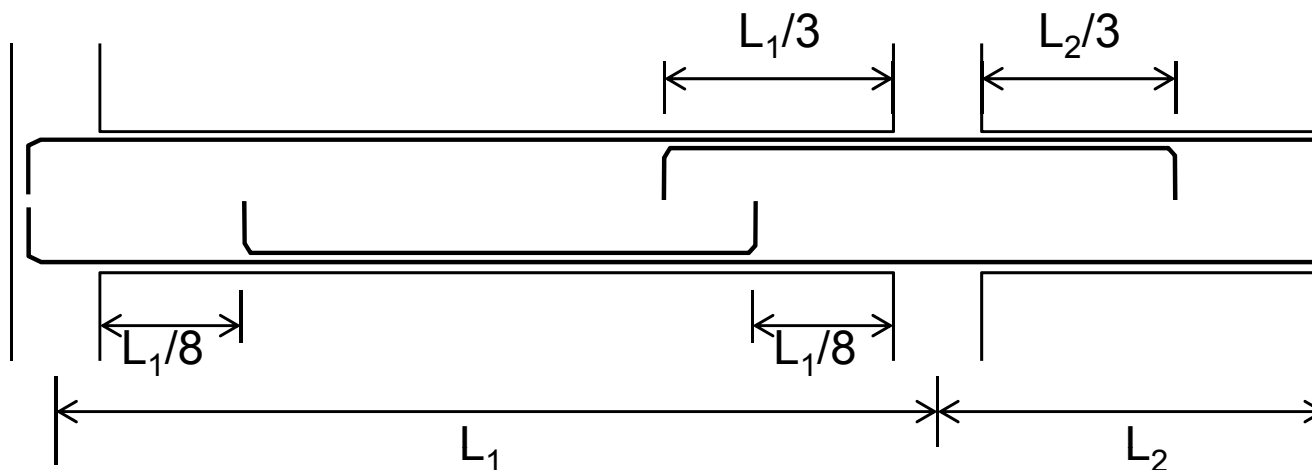


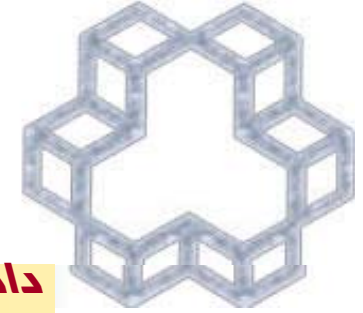


## اختراع در تقویت تیرها



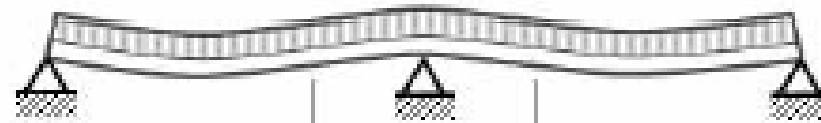
## جزئیات میلگرد گذاری در تیر



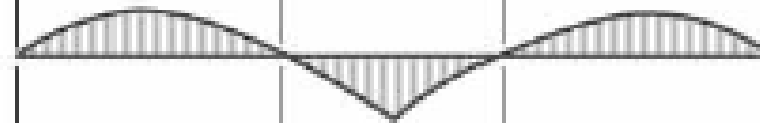


## Principles of Reinforcing

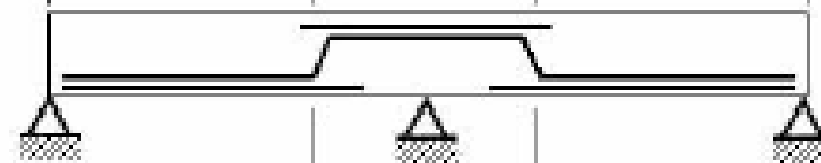
(a) Loading.



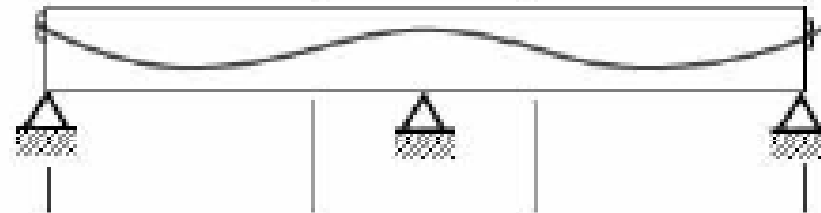
(b) Moment diagram.



(c) Reinforced concrete beam. Reinforcing steel is placed in tension regions.



(d) Post-tensioned beam. Cable is draped to reflect moments present.



# Understanding

- when I **read** it I **forget** it
- when I **see** it I **remember** it
- when I **do** it I **understand** it

**End of Chapter 1-1**